

1 Vereinfache.

a) $5^6 \cdot 5^{-7}$ b) $3^{-6} \cdot 3^{-7}$ c) $3^{-2} : 3^5$ d) $(-7)^3 \cdot (-7)^2$ e) $\left(\frac{1}{2}\right)^{-2} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{-1}$
 f) $\left(\frac{3}{4}\right)^{-5} \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^4$ g) $3 \cdot 2^3 \cdot 2^{-4}$ h) $(-6)^5 : (-6)^{-3}$ i) $0,5^{-4} \cdot 0,5^5$ j) $\left(\frac{2}{5}\right)^{-3} : \left(\frac{2}{5}\right)^4$
 k) $(-4)^3 : (-4)^{-2}$ l) $6^{-6} \cdot 66^0 \cdot 6^6$ m) $4^{-7} \cdot 4^4 : 4^{-5}$ n) $0,2^{-3} : 0,2^{-1}$ o) $7^{-4} : 7^{-3} \cdot 7^2$

2 a) $x^3 \cdot x^5$ b) $y^7 \cdot y$ c) $z^3 \cdot z^3$ d) $r^{-2} \cdot r^4$ e) $s^5 : s^{-3}$
 f) $a^3 : a^4$ g) $b^{-2} : b^2$ h) $x^{-1} \cdot x^{-2}$ i) $u^{-2} : u$ j) $v^{-1} : v^{-2}$
 k) $e^x \cdot e^x$ l) $a^x \cdot a^{-x}$ m) $a^x : a^{-x}$ n) $x^{2k} : x^k$ o) $k^{-n} \cdot k$

3 a) $(2^2)^4$ b) $(4^{-3})^2$ c) $(3^{-2})^{-3}$ d) $((-2)^3)^{-3}$
 e) $((-0,5)^{-2})^5$ f) $(10^4)^{-5}$ g) $((2^2)^3)^4$ h) $(((-5)^{-1})^2)^{-2}$

4 a) $(x^5)^3$ b) $(y^4)^{-2}$ c) $(z^{-2})^0$ d) $(x^m)^3$ e) $(c^2)^{n+1}$ f) $(x^q - 1)^{-3}$

5 Welche Zahlenkärtchen haben das gleiche Ergebnis?

$2 \cdot 7^4 \cdot 7^{-2}$

$2 \cdot 7^6$

$\frac{4 \cdot 7^4}{2 \cdot 7^2}$

$2 \cdot (7^2)^3$

$\frac{4 \cdot 7^2}{2 \cdot 7^{-4}}$

$8 \cdot 7^6 \cdot \left(\frac{1}{2 \cdot 7^2}\right)^2$

6 Ergänze die fehlenden Exponenten.

a) $a^{12} = a^2 \cdot a^{\square}$ b) $b^8 = (b^{\square})^2$ c) $c^{16} = \frac{c^2}{c^{\square}}$ d) $d^6 = \frac{d^{\square}}{d^{-3}}$ e) $e^{-4} = \frac{e^{\square}}{e^{-7}}$

7 a) $x^{15} = x \cdot x^{\square} = x^{-3} \cdot x^{\Delta} = (x^3)^{\circ} = (x^{-1})^{\diamond}$ b) $a^{2m} = a^{m-1} \cdot a^{\square} = a^{\Delta} : a^{m+1} = (a^{-m})^{\circ}$

8 Fasse zusammen.

a) $x^3 \cdot x^5$ b) $y^7 \cdot y$ c) $5^2 \cdot 5^{-4}$ d) $a^3 : a^4$ e) $b^{-2} : b^2$
 f) $z^{n+1} \cdot z^{-n}$ g) $r^{2a} \cdot r^{1-a}$ h) $y^{1-k} : y^{k-1}$ i) $2 : 2^n$ j) $a^x \cdot a^x \cdot a^x$

9 Berechne.

a) $z^{n+1} \cdot z^{-n}$ b) $a^{k+1} : a^{k-1}$ c) $b^x : b^{x-1}$ d) $r^{2a} \cdot r^{1-a}$
 e) $x^{3k} \cdot x^{-3k}$ f) $y^{1-k} : y^{k-1}$ g) $z : z^n$ h) $e^{-x} : e$
 i) $\frac{x^5}{x^3}$ j) $\frac{a^7}{a^{-2}}$ k) $\frac{4,6 \cdot a^{-3}b}{23 \cdot a \cdot b^{-2}}$ l) $\frac{56r^2s^{-1}r^{-1}}{1,4 \cdot s^3r^{-2}}$

10 Schreibe als Potenz mit möglichst kleiner natürlicher Basis.

a) 36^3 b) 8^4 c) 1000^3 d) 16^{-5} e) 125^n f) 27^k g) 9^{n-1}

11 Faltet man ein Blatt Zeitungspapier dreimal, so ist diese Lage etwa 1mm dick. Wie hoch würde der Stapel, wenn man insgesamt 42-mal falten könnte?

12 Vereinfache.

a) $((-b)^{-2})^{-3}$ b) $(-x^{-2})^6$ c) $-(a^{-5})^{-1}$ d) $(-a^{-5})^{-1}$ e) $((-a)^3)^{-5}$

13 Vereinfache wie im Beispiel 3 auf Seite 82.

a) $\frac{a^4 \cdot b^2}{a^6 \cdot b^3}$ b) $\frac{x^6 \cdot y^{-8}}{y^5 \cdot x^3}$ c) $\frac{r^3 \cdot s^{-10}}{r \cdot s^5}$ d) $\frac{a^5 \cdot b^{12} \cdot c^{-3}}{b^{-3} \cdot c^5 \cdot a^4}$ e) $\frac{(a+b)^2 \cdot (a-b)^{-5}}{(a+b)^3 \cdot (a-b)^{-4}}$

14 Berechne und vergleiche.

a) $(2^2)^2$; $2^{(2^2)}$ b) $(2^5)^3$; $2^{(5^3)}$ c) $(3^{-1})^4$; $3^{((-1)^4)}$ d) $(4^{-3})^2$; $4^{((-3)^2)}$

15 Ordne die Potenzen $10^{(10^{(10^3)})}$, $(10^{10})^{(10^{10})}$, $((10^{10})^{10})^{10}$, $(10^{(10^{10})})^{10}$, $10^{((10^{10})^{10})}$ der Größe nach.

16 Die Seitenlängen zweier Würfel verhalten sich zueinander wie 2:1.

a) Wie verhalten sich die Oberflächen zueinander?

b) Wie verhalten sich die Volumina zueinander?

17 Ida hat einen „Kettenbrief“ bekommen.

Am Ende sind fünf Adressen angegeben.

a) Mit welchem Betrag kann Ida rechnen, wenn alle Personen mitspielen?

b) Die Teilnahme an „Kettenbriefen“ ist in Deutschland nach §286 StGB strafbar. Kannst du dir vorstellen, warum es dieses Gesetz gibt?

Hallo Mitspieler,

möchtest du in wenigen Tagen mehrere Tausend Euro verdienen? Dann mache Folgendes:

1. Sende 5€ an die erste Adresse unten auf dem Brief und streiche sie dann durch.
2. Schreibe deine Adresse unter die verbliebenen vier Adressen und kopiere den Brief fünfmal.
3. Sende die fünf Briefe an fünf gute Freunde.

18 Gib die größte und die kleinste Zahl an, die man mit drei Ziffern schreiben kann.

1 Rechne im Kopf.

a) $2^4 \cdot 5^4$ b) $15^2 : 5^2$ c) $(-0,5)^5 \cdot (-4)^5$ d) $2,5^3 : 5^3$
 e) $(-18)^5 : 9^5$ f) $20^{-2} : 5^{-2}$ g) $4^3 \cdot 4^3$ h) $18^{-3} : 12^{-3}$
 i) $(-12)^3 : 6^3$ j) $(\frac{1}{5})^{-2} \cdot (\frac{3}{5})^{-2}$ k) $10^{-3} \cdot (\frac{1}{5})^{-3}$ l) $(\frac{2}{3})^2 \cdot (\frac{8}{15})^{-2}$

2 Vereinfache.

a) $3^a \cdot 6^a$ b) $(-0,5)^n \cdot 6^n$ c) $10^p : 5^p$ d) $2,4^x : (-0,8)^x$
 e) $4,5^k : 3^k$ f) $4^a \cdot 3^{2a}$ g) $15^{-b} : 10^b$ h) $5^{3n} : 125^n$
 i) $8^{2-x} : 4^{2-x}$ j) $2^{n-1} \cdot (\frac{1}{2})^{n-1}$ k) $2^{n+1} : (\frac{1}{2})^{n+1}$ l) $(2x)^{3-k} : x^{k-3}$

3 a) $(\frac{3}{4})^{12} \cdot (\frac{4}{3})^{12}$ b) $3^{2n} \cdot (\frac{3}{2})^{-2n}$ c) $(\frac{2}{5})^5 \cdot (\frac{6}{5})^{-5} \cdot (-\frac{3}{4})^5$ d) $(\frac{4}{3})^4 \cdot (-\frac{3}{4})^4 \cdot (\frac{9}{2})^4$

4 Forme um wie in Beispiel 2 auf Seite 170.

a) $32x^5$ b) $9x^2y^2$ c) $\frac{1}{8}a^3b^6$ d) $\frac{1}{25}u^4v^{-6}$

5 a) $(a^2b^3)^n$ b) $(x^3y^{-4})^{2k}$ c) $(3u^{-5}v^{n+1})^3$ d) $(x^ny^m)^{n+m}$
 e) $(a^{k-1}b^k)^{k+1}$ f) $(r^xs^y)^{x-y}$ g) $(-2a^{n-1}b^{1-n})^{n+1}$ h) $(x^{-2}(x+y))^{-2}$

6 a) $16 \cdot 5^4$ b) $6^5 \cdot 3^{-5}$ c) $5^{-x} : 10^x$ d) $27 \cdot 6^{-3}$
 e) $4^{-5} \cdot (\frac{2}{3})^5$ f) $(\frac{2}{3})^{-2} \cdot (\frac{3}{2})^{-2}$ g) $(\frac{2}{5})^{-k} : (\frac{4}{5})^k$ h) $(\frac{3}{8})^{-n} : (\frac{2}{3})^{2n}$

1 a) $6^4 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^4$ b) $\left(\frac{1}{2}\right)^{-7} \cdot 2^{-7}$ c) $\left(\frac{3}{2}\right)^3 \cdot \left(\frac{15}{4}\right)^{-3}$ d) $\left(-\frac{1}{7}\right)^{-3} \cdot \left(-\frac{5}{21}\right)^3 \cdot \left(\frac{25}{3}\right)^{-3}$

2 Vereinfache.

a) $16^{2k} : 8^{2k}$ b) $(a^2 \cdot b^2)^2$ c) $a^{-2} \cdot \left(\frac{a^{-3}}{b}\right)$ d) $\left(\frac{p}{q}\right)^{-z} : \left(\frac{p}{2q}\right)^{-z}$

7 Die Kantenlänge k eines Würfels wird um einen Faktor a vergrößert. Wie verändern sich dadurch der Oberflächeninhalt und das Volumen des Würfels?

8 a) Berechne und vergleiche: $2^3 + 2^2$ und 2^5 ; $3^{-2} + 3^{-4}$ und 3^{-6} ; $4^{-1} - 4^3$ und 4^{-4} .

b) Warum darf man Potenzen mit gleicher Basis nicht addieren oder subtrahieren, indem man die Exponenten addiert bzw. subtrahiert?

9 Beweise oder widerlege: Man potenziert eine Summe, indem man jeden Summanden potenziert und die erhaltenen Potenzen addiert.

10 Vereinfache.

a) $(p + q)^2 \cdot (p - q)^2$ b) $(a^2 - b^2) \cdot (a - b)^2$ c) $(x + 1)^{-2} \cdot (x - 1)^{-2}$ d) $2x^{-3} \cdot (2xy + x^2)^3$

11 Untersuche, ob zwei Potenzen gleich sein können, wenn die beiden Basen übereinstimmen, die zwei Exponenten aber verschieden sind.

1 Berechne im Kopf.

a) $\sqrt[4]{10\,000}$ b) $\sqrt[6]{1}$ c) $\sqrt[4]{256}$ d) $\sqrt[5]{0}$ e) $\sqrt[5]{100\,000}$
 f) $\sqrt[2]{0,000\,01}$ g) $\sqrt[4]{\frac{1}{16}}$ h) $\sqrt[4]{\frac{1}{625}}$ i) $\sqrt[4]{\frac{4}{9}}$ j) $\sqrt[4]{\frac{1}{81}}$
 k) $\sqrt[6]{64}$ l) $\sqrt{0,01}$ m) $\sqrt[3]{0,064}$ n) $\sqrt[5]{0,002\,43}$ o) $\sqrt[10]{1024}$

2 Schreibe als Potenz und prüfe, ob die Aussage wahr ist.

a) $\sqrt[4]{64} = 4$ b) $\sqrt[4]{2401} = 7$ c) $\sqrt{0,0572} = 0,24$
 d) $3,1 = \sqrt[3]{29,791}$ e) $0,16 = \sqrt[4]{0,000\,20736}$ f) $\sqrt[3]{0,216} = \frac{3}{5}$

3 Schreibe mithilfe einer Wurzel und bestimme die Lösung im Kopf.

a) $27^{\frac{1}{3}}$ b) $16^{\frac{1}{4}}$ c) $64^{-\frac{1}{6}}$ d) $25^{\frac{1}{2}}$ e) $8^{-\frac{1}{3}}$ f) $81^{-\frac{1}{4}}$ g) $\left(\frac{1}{36}\right)^{\frac{1}{2}}$ h) $125^{-\frac{1}{3}}$

4 Aus einer Zahl wurde zuerst die Quadratwurzel gezogen, dann vom Ergebnis die dritte Wurzel und von diesem Ergebnis schließlich die vierte Wurzel. Wie heißt die Zahl, wenn das letzte Ergebnis a) 1 b) 10 c) 0,1 d) 2 ist?

5 Ein Spieler hat bei einem Glücksspiel zu Beginn 15 Punkte. Er setzt diese 15 Punkte und gewinnt. Jetzt hat er das x-Fache seines Einsatzes. Er setzt wieder alles, gewinnt wieder und besitzt nun das x-Fache des zweiten Einsatzes usw. Auf diese Weise hat er nach sieben Spielen 245760 Punkte. Berechne x.

6 Bei einer Bakterienkultur vermehrt sich die Anzahl der Bakterien alle 10 Minuten um einen Faktor x. Bestimme x, wenn zu Beginn 200 Bakterien vorhanden waren, und die Kultur nach zwei Stunden $4,8828125 \cdot 10^{10}$ Bakterien enthält.

7 Jan Louis behauptet: „ a^n ist immer größer als a und $\sqrt[n]{a}$ ist immer kleiner als a.“ Katrin ist nicht sicher, ob Jan Louis Recht hat. Was meinst du dazu? Begründe deine Antwort.

1 Berechne. Schreibe das Ergebnis gegebenenfalls in Wurzelschreibweise.

a) $5^{\frac{1}{2}} \cdot 5^{\frac{1}{4}}$ b) $4^{-\frac{2}{3}} \cdot 4^{\frac{3}{4}}$ c) $10^{\frac{1}{2}} : 10^{\frac{1}{3}}$ d) $y^{\frac{2}{3}} : y^{-\frac{1}{3}}$
 e) $12^{\frac{1}{2}} \cdot 3^{\frac{1}{2}}$ f) $2^{\frac{1}{3}} \cdot 4^{\frac{1}{3}}$ g) $3^{\frac{1}{2}} \cdot 8^{\frac{1}{2}} \cdot 6^{\frac{1}{2}}$ h) $(4a)^{\frac{1}{3}} \cdot (16a^2)^{\frac{1}{3}}$
 i) $(5^{\frac{2}{3}})^{\frac{1}{4}}$ j) $(4^{\frac{1}{5}})^{-\frac{3}{4}}$ k) $(x^{\frac{4}{5}} \cdot y^{-\frac{8}{5}})^{-\frac{5}{8}}$ l) $(x^{\frac{5}{4}} : y^{-\frac{5}{8}})^{-\frac{4}{5}}$

2 Schreibe als Potenz.

a) $\sqrt[3]{9}$ b) $\sqrt[4]{2^3}$ c) $\sqrt[3]{5^2}$ d) $\frac{1}{\sqrt{3}}$ e) $\frac{1}{\sqrt[3]{6}}$ f) $\frac{1}{\sqrt[5]{13^2}}$ g) $\frac{1}{\sqrt[4]{a^3}}$ h) $\frac{1}{\sqrt[n]{x^p}}$
 i) $\sqrt[6]{5^2}$ j) $\sqrt[6]{2^3}$ k) $\sqrt[10]{x^5}$ l) $\frac{1}{\sqrt[10]{2^8}}$ m) $\frac{1}{\sqrt[16]{a^{4k}}}$ n) $\frac{1}{\sqrt[15]{x^{3n}}}$ o) $\frac{1}{\sqrt[3a]{x^{12a}}}$ p) $\frac{\sqrt[3]{x}}{\sqrt[5]{x^2}}$

3 Welche der Zahlen sind gleich?

$5^{\frac{1}{3}}$ $\frac{1}{\sqrt[3]{5}}$ $\frac{1}{5^{-\frac{2}{3}}}$ $5^{\frac{2}{6}}$ $\sqrt[3]{5}$ $\sqrt[3]{5^2}$ $(\sqrt[6]{5})^2$ $5^{-\frac{2}{6}}$ $(5^6)^{\frac{1}{9}}$

4 Bestimme die fehlenden Zahlen.

a) $3^{\square} = \sqrt[5]{3^{\Delta}}$ b) $5^{-\frac{\square}{3}} = \frac{1}{\sqrt[5]{5^{\square}}}$ c) $\sqrt[4]{7^8} = 7^{\square}$ d) $\sqrt[6]{5^3} = 5^{\square}$ e) $a^2 = \sqrt[5]{a^{\Delta}}$ f) $\sqrt[5]{a^{\square}} = a^2 \cdot \sqrt[5]{a}$

5 Vereinfache.

a) $\frac{\sqrt{b} \cdot \sqrt[3]{b}}{\sqrt[4]{b^3}}$ b) $\frac{\sqrt[6]{a^5}}{\sqrt{a} : \sqrt[3]{a}}$ c) $\frac{\sqrt{t} : \sqrt[3]{t}}{t}$ d) $(\sqrt[4]{x})^{-2}$ e) $(\sqrt[5]{y^3})^{10}$ f) $(\sqrt{\sqrt{b^3}})^{4n}$

1 Vereinfache.

a) $3^{\frac{1}{4}} \cdot 3^{\frac{2}{3}}$ b) $5^{-\frac{3}{10}} : 5^{-\frac{2}{5}}$ c) $x^{-\frac{1}{k}} \cdot x^{-\frac{2}{k}}$ d) $(b^{\frac{1}{4}})^{-\frac{2}{3}}$ e) $(\sqrt[6]{a})^{-3}$ f) $(\frac{1}{\sqrt[3]{5}})^2$