

13 Vereinfache.

a) $5^{\frac{1}{2}} \cdot 5^{\frac{1}{4}}$

b) $a^{\frac{6}{5}} \cdot a^{-1}$

c) $(2^{\frac{1}{2}})^4$

d) $10^{\frac{1}{2}} : 10^{\frac{1}{3}}$

e) $(2a)^{\frac{5}{4}} : (2a)^{\frac{3}{4}}$

f) $x^{\frac{1}{n}} \cdot x^{-\frac{1}{n}}$

g) $(5^{\frac{2}{3}})^{\frac{1}{4}}$

h) $2^{\frac{1}{4}} \cdot 2^{\frac{1}{4}}$

i) $2^{-\frac{2}{3}} : 2^{-0,5}$

j) $x^{\frac{1}{4}} \cdot x^{\frac{1}{2}}$

k) $(ax)^t \cdot (ax)^{-6}$

l) $(3^{\frac{1}{2}})^{\frac{2}{5}}$

m) $z^{-\frac{1}{n}} \cdot z^{-\frac{1}{n}}$

n) $2^{\frac{3}{5}} \cdot 2^{-0,3}$

o) $3^x : 3^{-\frac{1}{2}}$

p) $(5^{\frac{1}{x}})^{\frac{x}{2}}$

q) $c^{-\frac{1}{2}} \cdot x^4$

r) $(15y)^{-2} : (15y)^{-3}$

s) $(-1)^7 \cdot (7)^{-1}$

t) $(3a)^{\frac{1}{2}} \cdot (3b)^{-\frac{1}{2}}$

14 a) $(x^{\frac{5}{4}} : y^{-\frac{5}{8}})^{-\frac{4}{5}}$

b) $(x^{\frac{4}{5}} \cdot y^{-\frac{8}{5}})^{-\frac{5}{8}}$

c) $(x^{\frac{3}{2}} - y^{\frac{3}{2}})^2$

d) $(a^{\frac{5}{6}} + b^{\frac{1}{6}})^2$

15 Vereinfache.

a) $\sqrt[4]{6} : \sqrt[3]{6}$

b) $\sqrt[3]{2x} : \sqrt[3]{x}$

c) $\sqrt[6]{4} : \sqrt[6]{6}$

d) $\sqrt[3]{4} \cdot \sqrt[4]{4}$

e) $\sqrt{\sqrt{2}}$

f) $\sqrt[4]{9} \cdot \sqrt[4]{3}$

g) $\sqrt[3]{7} \cdot \sqrt[5]{7}$

h) $\sqrt[3]{\sqrt{5}}$

i) $\sqrt[4]{2} \cdot \sqrt[4]{32}$

j) $\sqrt[n]{3} : \sqrt[2n]{3}$

k) $\sqrt[4]{10y} : \sqrt[4]{2y}$

l) $\sqrt[n]{\sqrt[3]{a}}$

m) $\sqrt[3]{\frac{1}{x}} \cdot \sqrt[3]{x^2}$

n) $\sqrt[4]{0,16} \cdot \sqrt[4]{0,01}$

o) $\sqrt[3]{5\sqrt{a^3}}$

p) $\sqrt[4]{2^9} \cdot \sqrt{2^9}$

16 a) $(\sqrt{18} - \sqrt{32}) \cdot \sqrt{2}$

b) $\frac{\sqrt[3]{54} + \sqrt[3]{128}}{\sqrt[4]{2401}} \cdot \sqrt[3]{\frac{1}{2}}$

c) $(\sqrt[b]{a^{2b-3}} - \sqrt[b]{a^{3-b}}) : \sqrt[b]{a^{b-3}}$

19 Zeige, dass für das Rechnen mit Wurzeln gilt:

a) $\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a \cdot b}$,

b) $\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$,

c) $\sqrt[n]{\sqrt[m]{a}} = \sqrt[n \cdot m]{a}$,

d) $\sqrt[k]{\sqrt[n]{a^{k \cdot m}}} = \sqrt[n]{a^m}$.

e) Welche Zahlen können für die Variablen jeweils eingesetzt werden?

20 Vereinfache.

a) $(3x^{\frac{1}{2}} + 2x^{\frac{2}{3}}) \cdot 4x^{\frac{3}{2}}$

b) $3a^{\frac{1}{4}}b^{\frac{2}{3}}(a^6 - 3b^3)$

c) $(6k^{\frac{3}{4}}m^5n^3 + 12k^2m^{\frac{1}{2}}n^{\frac{1}{4}}) : 3k^{-2}m^2n^{\frac{1}{2}}$

21 a) $2^{\frac{1}{3}} \cdot 4^{\frac{2}{3}}$

b) $5^{\frac{1}{3}} \cdot 25^{\frac{1}{3}}$

c) $\sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[3]{4}$

d) $\sqrt{3} : \sqrt[5]{9}$

e) $3^{\frac{1}{4}} \cdot 9^{\frac{1}{4}} \cdot 3^{\frac{1}{4}}$

f) $a^{\frac{3}{2}}a^{\frac{5}{2}}$

g) $\sqrt[3]{x^2} \cdot \sqrt[3]{x^4}$

h) $\sqrt[3]{32x^4y^5} : \sqrt{2xy^2}$

22 Schreibe die Produkte jeweils als Potenz. Verfahre dabei wie im folgenden Beispiel:

$$6 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{1}{3}} = (6^3)^{\frac{1}{3}} \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{1}{3}} = \left(\frac{6^3 \cdot 2}{3}\right)^{\frac{1}{3}} = 144^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{144}$$

a) $6 \cdot \left(\frac{7}{36}\right)^{\frac{1}{3}}$

b) $x \cdot \left(\frac{x}{y}\right)^{\frac{1}{3}}$

c) $ab^2 \left(\frac{4}{a^2b^3}\right)^{\frac{1}{3}}$

d) $(a+b) \left(\frac{5}{a+b}\right)^{\frac{1}{2}}$

23 Vereinfache.

a) $(u^{-3} + v^{-3})(u^{-3} - v^{-3})$

b) $(25^{\frac{1}{3}} - 4^{\frac{1}{3}})(5^{\frac{1}{3}} + 2^{\frac{1}{3}})$

c) $(a\sqrt[3]{b} + b\sqrt[3]{a}) : \sqrt[3]{ab}$

d) $(2x^{-2} + 3y^3)^2(2x^{-2} - 3y^3)$

24 a) $(a^{\frac{m}{3}}a^{\frac{m}{6}}) : a^{\frac{m}{4}}$

b) $\sqrt[3]{a^5b} \cdot \sqrt[3]{ab^2}$

c) $\frac{a^6}{b^{m+3}} : \frac{a^8}{b^{m+4}}$

d) $\frac{2x^2}{3y^{\frac{3}{8}}} : \frac{9x^{-3}}{4y^{-\frac{3}{4}}}$

25 Berechne mit dem Taschenrechner. Gib das Ergebnis auf vier Dezimalen gerundet an.

a) $2^{\sqrt{3}}$ b) $5^{\sqrt{6}}$ c) $0,28^{\sqrt[3]{7}}$ d) $7^{-\sqrt{2}}$ e) $(3^{\sqrt{2}})^{\sqrt{3}}$ f) $\sqrt{5}^{\sqrt{5}}$

26 Vereinfache.

a) $10^{\sqrt{2}} \cdot 10^{-\sqrt{2}}$ b) $5^{\sqrt{8}} : 5^{\sqrt{2}}$ c) $14^{\sqrt{3}} : 7^{\sqrt{3}}$ d) $(3^{\sqrt{2}})^{2\sqrt{2}}$ e) $(3^{\sqrt{4,5}})^{\sqrt{2}}$ f) $(12^{\sqrt{2}} \cdot 12^{\sqrt{3}})^{\sqrt{2}}$

27 Zeige durch Umformung.

a) $(\sqrt{2}^{\sqrt{3}}) \cdot (\sqrt{2}^{\sqrt{3}}) = 2^{\sqrt{3}}$

b) $\sqrt{3}^{\sqrt{5}} : (2\sqrt{3})^{\sqrt{5}} = 2^{-\sqrt{5}}$

c) $(\sqrt{2} \cdot \sqrt{3})^{\sqrt{12}} = 6^{\sqrt{3}}$

d) $(\sqrt[3]{4} : \sqrt[3]{2})^{6 \cdot \sqrt{2}} = 4^{\sqrt{2}}$

1 Notiere in wissenschaftlicher Schreibweise mit einer Ziffer vor dem Komma.

a) 340 000

b) 59 800

c) 0,003 62

d) 0,000 0737

e) $25 \cdot 10^4$

f) $0,063 \cdot 10^{-3}$

g) $0,008 \cdot 10^6$

h) $3456 \cdot 10^{-5}$

2 Berechne.

a) $3,4 \cdot (2 \cdot 10^{-4})$

b) $\frac{8 \cdot 12 \cdot 10^{-2}}{4 \cdot 10^2}$

c) $\frac{6,8 \cdot 10^{-2} \cdot 4}{2 \cdot 10^2}$

d) $\frac{4,2 \cdot 10^3 \cdot 0,04 \cdot 10^{-2}}{0,8 \cdot 10^{-3} \cdot 1,4}$

e) $\frac{(3 \cdot 10^{-2})^2 \cdot 1,21}{(11 \cdot 10^2)^2 \cdot 9}$

f) $\left(\frac{10^{-2}}{4}\right)^2 \cdot 5,6 \cdot 10^4$

g) $\frac{15 \cdot 10^{-2}}{2 \cdot 10^{-2}} : (3 \cdot 10^{-1})$

h) $\frac{(4 \cdot 10^{-3}) : (2 \cdot 10^{-1})}{0,2 \cdot 10^{-4}}$

3 Vereinfache.

a) $x^{\frac{3}{4}}x$

b) $y^{\frac{1}{2}} : y$

c) $z^{\frac{1}{2}}z^{\frac{1}{2}}$

d) $x : x^{-\frac{1}{2}}$

e) $8^3 \cdot 4^{-3}$

f) $10^k : 2^k$

g) $y^s y^{2s}$

h) $(6x)^2 k (2x)^2$

i) $(4a^2)^n \cdot 2a^{-n}$

j) $x^{\frac{1}{n}} x^{-\frac{1}{n}}$

k) $y^{-\frac{1}{n}} : y^{\frac{1}{n}}$

l) $a : a^{-n}$

4 Schreibe als Potenz und vereinfache, wenn möglich.

a) $\sqrt{5}$

b) $\sqrt[3]{6}$

c) $\sqrt[3]{24^2}$

d) $\sqrt[5]{11^6}$

e) $\frac{1}{\sqrt{2}}$

f) $\frac{1}{\sqrt[4]{12^3}}$

g) $\frac{1}{\sqrt[5]{7^2}}$

h) $\frac{1}{\sqrt[3]{a^2}}$

5 Schreibe als Potenz, vereinfache und notiere wieder als Wurzel.

a) $\sqrt[4]{3^2}$

b) $\sqrt[12]{5^4}$

c) $\sqrt[9]{t^6}$

d) $\sqrt[4]{x^6}$

e) $\frac{1}{\sqrt[10]{2^8}}$

f) $\frac{1}{\sqrt[15]{3^{10}}}$

g) $\frac{1}{\sqrt[2n]{r^n}}$

h) $\frac{1}{\sqrt[16]{a^{4k}}}$

6 Vereinfache.

a) $x^{k+1} \cdot (x-1)^{k+1}$

b) $12^x \cdot 3^{-x}$

c) $\frac{(27a)^{5x}}{a^{5x}}$

d) $\frac{10^{n-2}}{2^{2-n}}$

1 Gib in wissenschaftlicher Schreibweise an.

- a) 25 300 000 b) 0,000 024 c) 54 Mikrometer d) 380 Millionen

2 Berechne.

- a) $5 \cdot 3^{-2}$ b) $4^2 \cdot (-8)$ c) $5 + 2 \cdot (-3)^4$ d) $10 + 4 \cdot (-2)^{-3}$ e) $14 - 3 \cdot \left(\frac{3}{5}\right)^{-3}$

3 Vereinfache.

- a) $a^4 \cdot a^5$ b) $(-2x^2y^{-3})^3$ c) $\frac{u^5 \cdot v^{-2}}{v^5 \cdot u^3}$ d) $(a^{\frac{5}{4}} : y^{-\frac{5}{8}})^{-\frac{4}{5}}$

4 Schreibe als Potenz und vereinfache so weit wie möglich.

- a) $\sqrt[4]{4^2}$ b) $\sqrt[3]{6^{-6}}$ c) $\sqrt[4]{\sqrt[3]{9}}$ d) $\sqrt{2\sqrt{2}}$ e) $\sqrt[3]{\sqrt{\frac{1}{25}}}$

5 Luises kleiner Bruder hat drei seiner würfelförmigen Bauklötze aufeinandergestellt. Sie haben ein Volumen von 300 cm^3 , 120 cm^3 und 60 cm^3 . Luise berechnet die Höhe des Turms anstatt sie zu messen. Welche Höhe hat der Turm?

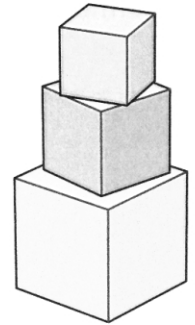


Fig. 1

6 Vereinfache.

- a) $(a^2 - 2ab) \cdot 3ab^2$ b) $(x^{-3}y + xy^{-3})(x^{-3}y - xy^{-3})$
 c) $(\sqrt{3p^3q} + \sqrt[3]{9pq^2}) : \sqrt[4]{3pq}$ d) $(5x^{-\frac{3}{2}}y - 7x^{\frac{1}{2}}y^{-1})^2$

Runde 2

1 Schreibe, ohne Zehnerpotenzen zu verwenden.

- a) $3,5 \cdot 10^4$ b) $1,25 \cdot 10^{-5}$ c) $-4,86 \cdot 10^7$ d) $-2,718 \cdot 10^{-3}$

2 Berechne.

- a) $24 : 2^{-3}$ b) $-3 \cdot (-4)^2$ c) $3 \cdot (-2)^5 + 4 \cdot 5^{-1}$ d) $4 - (8 \cdot 10)^{-2}$

3 Vereinfache.

- a) $3^4 \cdot 3^{-4}$ b) $4^{-\frac{2}{3}} \cdot 4^{\frac{3}{4}}$ c) $(5^{\frac{2}{5}})^{-\frac{3}{4}}$ d) $\frac{(3u^4v^{-1})^2}{(9u^{-2}v^{-3})^{-1}}$

4 Gib in Wurzelschreibweise an.

- a) $5^{\frac{2}{3}}$ b) $3^{-\frac{2}{7}}$ c) $(2x^2y)^{\frac{3}{4}}$ d) $\frac{1}{(4a^3)^{-\frac{1}{5}}}$

5 Die Seitenmitten eines Quadrates bilden jeweils die Eckpunkte des nächstkleineren Quadrates (Fig. 2). Das große Quadrat hat die Seitenlänge 8 cm.

- a) Gib die Seitenlänge des 10ten (des 100ten, des n-ten) Quadrates an.
 b) Schätze, beim wievielten Quadrat die Seitenlänge zum ersten Mal kleiner als 2 cm; 0,2 cm; 0,02 cm bzw. 0,002 cm ist.

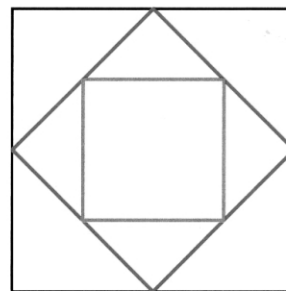


Fig. 2

6 Vereinfache.

- a) $(b^{\frac{n}{4}} b^{\frac{n}{2}}) : b^{\frac{n}{8}}$ b) $\sqrt[3]{4z^5} \cdot \sqrt[5]{8z^3}$ c) $\frac{(2x)^6}{(3y^{-5})^2} : \frac{(2x^3)^{-2}}{(9y^3)^2}$ d) $\frac{(4x)^{\frac{2}{3}}}{(6y)^{-\frac{1}{2}}} \cdot \frac{\sqrt[5]{6y^2}}{\sqrt[3]{2x^{-\frac{1}{3}}}}$

Potenzen	Wurzeln
$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_{n \text{ Faktoren } a}$ $a^0 = 1$ $a^1 = a$ $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$	$\sqrt[n]{a} = b \Leftrightarrow b^n = a$ $\wedge b > 0$ $\sqrt[2]{a} = \sqrt{a}$
$a \dots$ Basis $n \dots$ Exponent $a \in \mathbb{R} \setminus \{0\}, n \in \mathbb{N}$	$a \dots$ Radikand $n \dots$ Wurzelexponent $a \in \mathbb{R} \wedge a \geq 0,$ $n \in \mathbb{N}^* \setminus \{1\}$
<p>Folgende Potenzgesetze gelten für alle $m, n \in \mathbb{R}$ bei positiven reellen Basen. Für $m, n \in \mathbb{Z}$ gelten sie bei Basen aus $\mathbb{R} \setminus \{0\}$.</p> $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$ $a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$ $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$ $\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$ $(a^m)^n = a^{m \cdot n} = (a^n)^m$	<p>Für Exponenten der Form $\frac{1}{n}$ mit $n \in \mathbb{N}^*$ und $n \neq 1$ und nichtnegativen reellen a, b können die Potenzgesetze auch als Wurzelgesetze formuliert werden:</p> $\sqrt[m]{a} \cdot \sqrt[n]{a} = \sqrt[mn]{a^{m+n}}$ $\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a \cdot b}$ $\frac{\sqrt[m]{a}}{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[mn]{a^{n-m}}$ $\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}}$ $\sqrt[n]{\sqrt[m]{a}} = \sqrt[mn]{a} = \sqrt[m]{\sqrt[n]{a}}$
$\frac{1}{a^{-n}} = a^n$ $\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n$	$\sqrt[n]{a^m} = (\sqrt[n]{a})^m$ $\sqrt[n]{a^m} = \sqrt[nk]{a^{mk}}$

Für alle $n \in \mathbb{N}, n \geq 2$ und $a \in \mathbb{R}, a > 0$ gilt:

$$a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a} \qquad a^{-\frac{1}{n}} = \frac{1}{\sqrt[n]{a}} \qquad a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m} \qquad a^{-\frac{m}{n}} = \frac{1}{\sqrt[n]{a^m}}$$

Vorsätze bei Einheiten

Vor-satz	Bedeutung	Zeichen	Faktor, mit dem die Einheit multipliziert wird	Vor-satz	Bedeutung	Zeichen	Faktor, mit dem die Einheit multipliziert wird
Exa	Trillion	E	10^{18}	Dezi	Zehntel	d	$0,1 = 10^{-1}$
Peta	Billiarde	P	10^{15}	Zenti	Hundertstel	c	$0,01 = 10^{-2}$
Tera	Billion	T	$10^{12} = 1\,000\,000\,000\,000$	Milli	Tausendstel	m	$0,001 = 10^{-3}$
Giga	Milliarde	G	$10^9 = 1\,000\,000\,000$	Mikro	Millionstel	μ	$0,000\,001 = 10^{-6}$
Mega	Million	M	$10^6 = 1\,000\,000$	Nano	Milliardstel	n	$0,000\,000\,001 = 10^{-9}$
Kilo	Tausend	k	$10^3 = 1\,000$	Pico	Billionstel	p	$0,000\,000\,000\,001 = 10^{-12}$
Hekto	Hundert	h	$10^2 = 100$	Femto	Billiardstel	f	10^{-15}
Deka	Zehn	da	$10^1 = 10$	Atto	Trillionstel	a	10^{-18}