

4. Addition und Subtraktion von Wurzeln

Es gibt keine allgemeinen einfachen Regeln für die Summe und die Differenz von Wurzeln. In einigen besonderen Fällen kann man aber doch vereinfachen.

a) Erläutere die Rechnungen. Was für eine Umformung wurde vorgenommen?

(1)  $5 \cdot \sqrt{6} + 7 \cdot \sqrt{6} = 12 \cdot \sqrt{6}$  (2)  $7 \cdot \sqrt{5} - 2 \cdot \sqrt{5} = 5 \cdot \sqrt{5}$  (3)  $5 \cdot \sqrt{6} - \sqrt{6} = 4 \cdot \sqrt{6}$

b) Beweise die folgenden Behauptungen durch teilweises Wurzelziehen.

(1)  $\sqrt{3} + \sqrt{12} = \sqrt{27}$  (2)  $\sqrt{12} - \sqrt{3} = \sqrt{3}$  (3)  $|a| \cdot \sqrt{b} - \sqrt{4a^2b} + \sqrt{a^2b} = 0$

Übungsaufgaben

5. Berechne mithilfe der Wurzelregel (W1):

a)  $\sqrt{8} \cdot \sqrt{18}$  e)  $\sqrt{5} \cdot \sqrt{20}$  i)  $\sqrt{1,6} \cdot \sqrt{1000}$

b)  $\sqrt{2} \cdot \sqrt{32}$  f)  $\sqrt{7} \cdot \sqrt{28}$  j)  $\sqrt{0,8} \cdot \sqrt{180}$

c)  $\sqrt{60} \cdot \sqrt{15}$  g)  $\sqrt{6} \cdot \sqrt{54}$  k)  $\sqrt{2,4} \cdot \sqrt{0,6}$

d)  $\sqrt{12} \cdot \sqrt{3}$  h)  $\sqrt{10} \cdot \sqrt{16,9}$  l)  $\sqrt{1,1} \cdot \sqrt{4,4}$

$$\sqrt{3} \cdot \sqrt{27} = \sqrt{3 \cdot 27} = \sqrt{81} = 9$$

m)  $\sqrt{\frac{1}{3}} \cdot \sqrt{48}$  n)  $\sqrt{\frac{4}{5}} \cdot \sqrt{80}$

6. a)  $\sqrt{25 \cdot 9}$  e)  $\sqrt{0,16 \cdot 49}$  i)  $\sqrt{1,44 \cdot 2,25}$

b)  $\sqrt{36 \cdot 16}$  f)  $\sqrt{0,81 \cdot 121}$  j)  $\sqrt{9 \cdot 16 \cdot 49}$

c)  $\sqrt{64 \cdot 225}$  g)  $\sqrt{0,09 \cdot 256}$  k)  $\sqrt{(-4) \cdot (-16)}$

d)  $\sqrt{169 \cdot 144}$  h)  $\sqrt{0,09 \cdot 1,44}$  l)  $\sqrt{(-36) \cdot (-81)}$

$$\sqrt{49 \cdot 81} = \sqrt{49} \cdot \sqrt{81} = 7 \cdot 9 = 63$$

7. Zerlege zuerst den Radikanden in kleine Quadratzahlen.

a)  $\sqrt{676}$  c)  $\sqrt{1521}$  e)  $\sqrt{1089}$  g)  $\sqrt{2025}$

b)  $\sqrt{1296}$  d)  $\sqrt{6084}$  f)  $\sqrt{1764}$  h)  $\sqrt{784}$

$$\sqrt{1444} = \sqrt{4 \cdot 361} = \dots$$

8. Berechne mithilfe der Wurzelregel (W2):

a)  $\sqrt{20} : \sqrt{5}$  d)  $\sqrt{147} : \sqrt{3}$  g)  $\sqrt{0,8} : \sqrt{0,2}$

b)  $\sqrt{75} : \sqrt{3}$  e)  $\sqrt{40} : \sqrt{2,5}$  h)  $\sqrt{7,2} : \sqrt{0,05}$

c)  $\sqrt{360} : \sqrt{10}$  f)  $\sqrt{30} : \sqrt{1,2}$  i)  $\sqrt{10,8} : \sqrt{1,2}$

$$\sqrt{125} : \sqrt{5} = \sqrt{125 : 5} = \sqrt{25} = 5$$

9. a)  $\sqrt{\frac{49}{9}}$  d)  $\sqrt{6\frac{19}{25}}$  g)  $\sqrt{\frac{0,25}{0,49}}$  j)  $\sqrt{\frac{1,69}{2,56}}$

b)  $\sqrt{\frac{625}{4}}$  e)  $\sqrt{\frac{1,44}{25}}$  h)  $\sqrt{\frac{25}{49}}$  k)  $\sqrt{\frac{0,0025}{0,0049}}$

c)  $\sqrt{6\frac{1}{4}}$  f)  $\sqrt{\frac{25}{1,44}}$  i)  $\sqrt{\frac{6,25}{2,25}}$  l)  $\sqrt{\frac{0,0441}{0,0625}}$

$$\sqrt{\frac{4}{25}} = \frac{\sqrt{4}}{\sqrt{25}} = \frac{2}{5} = 0,4$$

10. Vereinfache.

a)  $\sqrt{y} \cdot \sqrt{y}$  e)  $\sqrt{3b} \cdot \sqrt{3a^2b}$  i)  $\sqrt{\frac{2}{5}a} \cdot \sqrt{\frac{8}{5}a^3}$  m)  $\sqrt{\frac{a^2}{b}} : \sqrt{b}$

b)  $\sqrt{y} \cdot \sqrt{y^3}$  f)  $\sqrt{45z} \cdot \sqrt{\frac{16}{5}z}$  j)  $\sqrt{8u} \cdot \sqrt{3v} \cdot \sqrt{6uv}$  n)  $\sqrt{ab} : \sqrt{\frac{a}{b}}$

c)  $\sqrt{x} \cdot \sqrt{xy^2}$  g)  $\sqrt{0,2u} \cdot \sqrt{0,05u}$  k)  $\sqrt{x^3} : \sqrt{x}$  o)  $\sqrt{a} : \sqrt{ab^2}$

d)  $\sqrt{5y} \cdot \sqrt{20y}$  h)  $\sqrt{0,9x^2} \cdot \sqrt{0,4x^2}$  l)  $\sqrt{x^2y} : \sqrt{y}$  p)  $\sqrt{\frac{3}{4}n^3} : \sqrt{\frac{1}{3}nm^2}$

11. a)  $\sqrt{9x^2}$       e)  $\sqrt{p^2q^2r^2}$       i)  $\sqrt{\frac{16a^2}{25b^2}}$       k)  $\sqrt{\frac{0,09a^2b^4}{1,69x^4y^2}}$   
 b)  $\sqrt{x^2y^2}$       f)  $\sqrt{9m^4n^4}$       j)  $\sqrt{\frac{144x^2}{121y^4}}$       l)  $\sqrt{\frac{400c^4d^8}{6,25r^6s^2}}$   
 c)  $\sqrt{36a^4}$       g)  $\sqrt{25u^2v^4w^6}$   
 d)  $\sqrt{81m^2n^2}$       h)  $\sqrt{1,21a^4b^6c^2}$

12. a)  $\sqrt{\frac{75x^3y^5}{32z}} \cdot \sqrt{\frac{z^7}{6xy^3}}$       b)  $\sqrt{\frac{5a^3b^2}{6xy}} \cdot \sqrt{\frac{21x^3y^5}{40a}}$       c)  $\sqrt{\frac{a}{b}} \cdot \sqrt{\frac{b}{c}} \cdot \sqrt{\frac{c}{a}}$       d)  $\sqrt{\frac{a}{b}} : \sqrt{\frac{b}{a}}$

13. Für welche Zahlen a und b gilt (1)  $\sqrt{a} - \sqrt{b} = \sqrt{a-b}$ ;      (2)  $\sqrt{a} + \sqrt{b} = \sqrt{a+b}$ ?

14. Vereinfache durch teilweises Wurzelziehen.

a)  $\sqrt{12}$       c)  $\sqrt{72}$       e)  $\sqrt{125}$       g)  $\sqrt{360}$       i)  $\sqrt{720}$       k)  $\sqrt{1331}$       m)  $\sqrt{\frac{7}{25}}$   
 b)  $\sqrt{32}$       d)  $\sqrt{180}$       f)  $\sqrt{192}$       h)  $\sqrt{525}$       j)  $\sqrt{980}$       l)  $\sqrt{\frac{3}{16}}$       n)  $\sqrt{\frac{3}{400}}$

15. a)  $\sqrt{7a^2}$       d)  $\sqrt{36}$       g)  $\sqrt{z^5}$       j)  $\sqrt{3a^2b^4}$       m)  $\sqrt{\frac{30}{a^2}}$       o)  $\sqrt{\frac{2a^2}{b^2}}$       q)  $\sqrt{\frac{a^3}{b^4}}$   
 b)  $\sqrt{2b^2}$       e)  $\sqrt{x^2y}$       h)  $\sqrt{25x^3}$       k)  $\sqrt{10a^3b^2}$   
 c)  $\sqrt{4x}$       f)  $\sqrt{cd^3}$       i)  $\sqrt{18ab^2}$       l)  $\sqrt{0,81xz^3}$       n)  $\sqrt{\frac{a}{49}}$       p)  $\sqrt{\frac{a}{b^4}}$       r)  $\sqrt{\frac{8r^4}{s^3}}$

16. a)  $\sqrt{\frac{5x^2}{y^2}}$       c)  $\sqrt{\frac{49x}{y^2}}$       e)  $\sqrt{\frac{16x^2}{7}}$       g)  $\sqrt{\frac{4a}{25b}}$       i)  $\sqrt{\frac{8a^2}{7x^2}} \cdot \sqrt{\frac{9b^2}{7y^2}}$   
 b)  $\frac{\sqrt{36a}}{\sqrt{b^2}}$       d)  $\frac{\sqrt{ab^2}}{\sqrt{ab}}$       f)  $\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{27y^2}}$       h)  $\sqrt{\frac{27x^2}{5}} \cdot \sqrt{\frac{3}{10y}}$       j)  $\sqrt{\frac{108}{a^2}} : \sqrt{\frac{25x^2}{3}}$

17. Bringe den Vorfaktor unter das Wurzelzeichen.

a)  $2 \cdot \sqrt{17}$       d)  $0,5 \cdot \sqrt{28}$       g)  $\frac{5}{7} \cdot \sqrt{35}$        $2 \cdot \sqrt{3} = \sqrt{4} \cdot \sqrt{3} = \sqrt{12}$   
 b)  $6 \cdot \sqrt{6}$       e)  $\frac{3}{4} \cdot \sqrt{11}$       h)  $2 \cdot \sqrt{3,25}$   
 c)  $7 \cdot \sqrt{10}$       f)  $\frac{11}{6} \cdot \sqrt{\frac{6}{11}}$       i)  $10 \cdot \sqrt{17,33}$       j)  $2,5 \cdot \sqrt{\frac{1}{50}}$       k)  $1,2 \cdot \sqrt{\frac{375}{144}}$

18. a)  $a \cdot \sqrt{b}$       b)  $2c \cdot \sqrt{d^2}$       c)  $uv \cdot \sqrt{\frac{u}{v}}$       d)  $abc \cdot \sqrt{\frac{a}{bc}}$       e)  $1,5u \cdot \sqrt{\frac{v^2w^2}{9}}$

19. a) Berechne – soweit möglich – ohne Taschenrechner. Was fällt auf?

$\sqrt{0,09}$ ;  $\sqrt{0,9}$ ;  $\sqrt{9}$ ;  $\sqrt{90}$ ;  $\sqrt{900}$ ;  $\sqrt{9000}$ ;  $\sqrt{90000}$

b) Begründe: Wird der Radikand verhundertfacht [durch 100 dividiert], so wird die Quadratwurzel verzehnfacht [durch 10 dividiert].

c) Formuliere die Regel aus b) als Kommaverschiebungsregel.

20. Berechne im Kopf.

a)  $\sqrt{625000}$       d)  $\sqrt{48400}$       g)  $\sqrt{0,000036}$   
 b)  $\sqrt{810000}$       e)  $\sqrt{0,0025}$       h)  $\sqrt{0,000625}$   
 c)  $\sqrt{49000000}$       f)  $\sqrt{0,0121}$       i)  $\sqrt{0,000004}$

$\sqrt{14400} = \sqrt{144 \cdot 100}$   
 $= 12 \cdot 10$   
 $= 120$