

21. Bestimme jeweils nur eine Wurzel mit dem Taschenrechner; berechne alle anderen im Kopf.

- a)  $\sqrt{81}$ ;  $\sqrt{8,1}$ ;  $\sqrt{810}$ ;  $\sqrt{0,81}$ ;  $\sqrt{8100}$ ;  $\sqrt{81000}$ ;  $\sqrt{0,081}$ ;  $\sqrt{0,0081}$   
 b)  $\sqrt{64}$ ;  $\sqrt{640}$ ;  $\sqrt{6400}$ ;  $\sqrt{64000}$ ;  $\sqrt{6,4}$ ;  $\sqrt{0,64}$ ;  $\sqrt{0,064}$ ;  $\sqrt{0,0064}$   
 c)  $\sqrt{10}$ ;  $\sqrt{100}$ ;  $\sqrt{1000}$ ;  $\sqrt{10000}$ ;  $\sqrt{0,1}$ ;  $\sqrt{0,001}$ ;  $\sqrt{0,0001}$ ;  $\sqrt{0,00001}$

22. Setze das Komma so, dass eine wahre Aussage entsteht. Gegebenenfalls musst du Nullen ergänzen.

- a)  $\sqrt{1,5129} = 123$                       c)  $\sqrt{980100} = 99$                       e)  $\sqrt{200} \approx 14142$   
 b)  $\sqrt{605,16} = 246$                       d)  $\sqrt{0,3025} = 55$                       f)  $\sqrt{0,03} \approx 1732$

23. Vereinfache durch Zusammenfassen gleichartiger Glieder.

- a)  $3\sqrt{5} + 8\sqrt{5}$                       g)  $3,5\sqrt{6} - 1,4\sqrt{6}$                       m)  $3\sqrt{3} - 6\sqrt{3} + \sqrt{3} + 9\sqrt{3}$   
 b)  $8\sqrt{3} + 2\sqrt{3}$                       h)  $7,3\sqrt{11} - 9,8\sqrt{11}$                       n)  $\sqrt{10} - 6\sqrt{10} + 10\sqrt{10}$   
 c)  $7\sqrt{2} - 5\sqrt{2}$                       i)  $\frac{3}{4}\sqrt{7} + \frac{1}{2}\sqrt{7}$                       o)  $4\sqrt{5} - 6\sqrt{5} + 5\sqrt{6} - 3\sqrt{5}$   
 d)  $5\sqrt{7} - 9\sqrt{7}$                       j)  $\frac{5}{6}\sqrt{2} - \frac{7}{8}\sqrt{2}$                       p)  $7\sqrt{2} - 9\sqrt{3} + 4\sqrt{2} - 4\sqrt{3}$   
 e)  $-4\sqrt{10} + 7\sqrt{10}$                       k)  $3\sqrt{8} + 2\sqrt{8}$                       q)  $4\sqrt{7} + 5\sqrt{11} - 4\sqrt{11} - \sqrt{7}$   
 f)  $6\sqrt{5} - \sqrt{5}$                       l)  $6\sqrt{13} - \sqrt{13}$                       r)  $3,4\sqrt{23} - 2,1\sqrt{23} - 5,3\sqrt{23} + 1,9\sqrt{23}$

24. Vereinfache wie im Beispiel.

- a)  $\sqrt{2} + \sqrt{32}$                       d)  $3\sqrt{2} - 2\sqrt{8}$                       g)  $7\sqrt{27} + 4\sqrt{48}$   
 b)  $\sqrt{27} - \sqrt{3}$                       e)  $6\sqrt{3} + \sqrt{12}$                       h)  $8\sqrt{63} - 6\sqrt{28}$   
 c)  $\sqrt{45} - \sqrt{20}$                       f)  $-8\sqrt{5} + 3\sqrt{20}$                       i)  $3\sqrt{44} - 7\sqrt{99}$

$$\begin{aligned} & \sqrt{27} + \sqrt{147} \\ &= \sqrt{9 \cdot 3} + \sqrt{49 \cdot 3} \\ &= 3\sqrt{3} + 7\sqrt{3} \\ &= 10\sqrt{3} \end{aligned}$$

25. Überprüfe die Rechnungen.

- a)  $\sqrt{3} + \sqrt{27} = \sqrt{48}$                       d)  $\sqrt{28} - \sqrt{7} = \sqrt{7}$                       g)  $\sqrt{2} - \sqrt{18} = -\sqrt{2}$   
 b)  $\sqrt{50} - \sqrt{2} = \sqrt{32}$                       e)  $\sqrt{28} + \sqrt{\sqrt{63}} = \sqrt{174}$                       h)  $\sqrt{3} - \sqrt{27} = -2\sqrt{3}$   
 c)  $\sqrt{5} + \sqrt{20} = \sqrt{45}$                       f)  $\sqrt{147} - \sqrt{75} = \sqrt{12}$                       i)  $\sqrt{0,5} - \sqrt{2} = -\sqrt{0,5}$

26. Vereinfache.

- a)  $\sqrt{2} - \sqrt{18} + \sqrt{50}$                       c)  $\sqrt{3} + \sqrt{12} + \sqrt{27} + \sqrt{48}$                       e)  $\sqrt{1200} - \sqrt{800} + \sqrt{400}$   
 b)  $\sqrt{27} + \sqrt{75} - \sqrt{108}$                       d)  $4\sqrt{28} + 5\sqrt{112} - 9\sqrt{175}$                       f)  $7\sqrt{45} - 8\sqrt{405} + 3\sqrt{605}$

27. Vereinfache.

- a)  $7\sqrt{x} + 4\sqrt{x}$                       e)  $\sqrt{25a} + \sqrt{a}$                       i)  $5\sqrt{r} - 7\sqrt{s} + 4\sqrt{r} + 4\sqrt{s}$   
 b)  $5\sqrt{a} - 7\sqrt{a}$                       f)  $\sqrt{36x} - \sqrt{49x}$                       j)  $10\sqrt{x} + 7\sqrt{z} - 11\sqrt{x} - 9\sqrt{z}$   
 c)  $-\sqrt{b} + 3\sqrt{b}$                       g)  $\sqrt{81c} + \sqrt{36c}$                       k)  $\sqrt{121a} - \sqrt{9b} + \sqrt{49b} - \sqrt{25a}$   
 d)  $3,5\sqrt{z} - 1,3\sqrt{z}$                       h)  $7\sqrt{4y} - 5\sqrt{9y}$                       l)  $3\sqrt{169x} - 4\sqrt{225y} + 9\sqrt{196x} - 7\sqrt{400y}$

**Aufgabe 2:** Beseitigen von Wurzeln im Nenner

a) Beseitigt man Wurzeln im Nenner von Wurzeltermen, so lassen sich diese oft besonders einfach und genau berechnen. Verwende dazu die Näherungswerte  $\sqrt{2} \approx 1,414$  und  $\sqrt{3} \approx 1,732$ . Erweitere den Term zuvor so, dass im Nenner keine Wurzeln mehr auftreten.

$$(1) \frac{3}{\sqrt{2}} \quad (2) \frac{1}{2 + \sqrt{3}} \quad (3) \frac{1}{\sqrt{3} - \sqrt{2}}$$

b) Verallgemeinere die obigen Zahlenbeispiele zu Termen mit Variablen. Erweitere diese so, dass der Nenner keine Wurzel mehr enthält.

**Lösung**

$$a) (1) \frac{3}{\sqrt{2}} = \frac{3 \cdot \sqrt{2}}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}} = \frac{3 \cdot \sqrt{2}}{2} = \frac{3}{2} \cdot \sqrt{2} \approx \frac{3}{2} \cdot 1,414 = 2,121$$

$$(2) \frac{1}{2 + \sqrt{3}} = \frac{1 \cdot (2 - \sqrt{3})}{(2 + \sqrt{3}) \cdot (2 - \sqrt{3})} = \frac{2 - \sqrt{3}}{4 - 3} = 2 - \sqrt{3} \approx 2 - 1,732 = 0,268$$

$$(3) \frac{1}{\sqrt{3} - \sqrt{2}} = \frac{1 \cdot (\sqrt{3} + \sqrt{2})}{(\sqrt{3} - \sqrt{2}) \cdot (\sqrt{3} + \sqrt{2})} = \frac{\sqrt{3} + \sqrt{2}}{3 - 2} = \sqrt{3} + \sqrt{2} \approx 1,732 + 1,414 = 3,146$$

$$b) (1) \frac{a}{\sqrt{b}} = \frac{a \cdot \sqrt{b}}{\sqrt{b} \cdot \sqrt{b}} = \frac{a \cdot \sqrt{b}}{b} \quad (\text{für } b > 0)$$

$$(2) \frac{1}{a + \sqrt{b}} = \frac{1 \cdot (a - \sqrt{b})}{(a + \sqrt{b}) \cdot (a - \sqrt{b})} = \frac{a - \sqrt{b}}{a^2 - b} \quad (\text{für } b \geq 0, b \neq a^2)$$

$$(3) \frac{1}{\sqrt{a} - \sqrt{b}} = \frac{1 \cdot (\sqrt{a} + \sqrt{b})}{(\sqrt{a} - \sqrt{b}) \cdot (\sqrt{a} + \sqrt{b})} = \frac{\sqrt{a} + \sqrt{b}}{a - b} \quad (\text{für } a \geq 0, b \geq 0, a \neq b)$$

**Übungsaufgaben**

Verwenden des Distributivgesetzes und der binomischen Formeln

3. Vereinfache durch Ausmultiplizieren bzw. Dividieren.

$$\begin{array}{lll} a) \sqrt{7} \cdot (1 + \sqrt{7}) & d) (2 \cdot \sqrt{6} + 0,5) \cdot \sqrt{6} & g) (\sqrt{50} + \sqrt{20}) : \sqrt{2} \\ b) 3 \cdot \sqrt{5} \cdot (3 + \sqrt{20}) & e) (0,5 \cdot \sqrt{44} - 1,5) \cdot 2 \cdot \sqrt{11} & h) (3 \cdot \sqrt{75} - \sqrt{30}) : (-\sqrt{3}) \\ c) \sqrt{6} \cdot (6 \cdot \sqrt{6} - 5 \cdot \sqrt{6}) & f) (\sqrt{5} + \sqrt{7}) \cdot (-\sqrt{7}) & i) (5 \cdot \sqrt{55} + 7 \cdot \sqrt{77}) : \sqrt{11} \end{array}$$

4. Klammere aus.

$$\begin{array}{lll} a) a\sqrt{5} - b\sqrt{5} & e) x\sqrt{z} - y\sqrt{z} & i) \sqrt{7x^3} - \sqrt{28x^5} & m) \sqrt{r} + \sqrt{rs} \\ b) x\sqrt{7} + y\sqrt{7} & f) 5\sqrt{a} - a^2\sqrt{a} & j) \sqrt{ab^3} - \sqrt{a^3b} & n) \sqrt{ab^2} - \sqrt{ac^2} \\ c) a\sqrt{b} + 2\sqrt{b} & g) 3\sqrt{x^3} - a\sqrt{x^3} & k) \sqrt{7a} + \sqrt{4a} & o) \sqrt{7xy^2} + \sqrt{7x^2y} \\ d) 4\sqrt{r} - x\sqrt{r} & h) \sqrt{121x^3} + \sqrt{81x^3} & l) \sqrt{5x} - \sqrt{3x} & p) \sqrt{ab} + \sqrt{ac} \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 5. a) x\sqrt{5} - 5\sqrt{x} + 3x\sqrt{5} - 7\sqrt{x} \\ b) a\sqrt{b} - 4a\sqrt{b} + b\sqrt{a} + 2a\sqrt{b} \\ c) (x + 1)\sqrt{y} - (x - 1)\sqrt{y} \end{array}$$

$$\begin{array}{l} d) w\sqrt{uv^3} - v\sqrt{u^3v} + u\sqrt{uv} \\ e) \sqrt{u^3vw} - \sqrt{uv^3} - \sqrt{uvw^3} \\ f) a\sqrt{c^5} + bc\sqrt{c^3} + c^2\sqrt{c} \end{array}$$