E.Wurzel potenzieren:

Potenziere die Wurzel und vereinfache so weit wie möglich:

1.)
$$(\sqrt[4]{9})^3 =$$

2.)
$$(\sqrt[3]{4})^2 =$$

3.)
$$(\sqrt[6]{4})^3$$

2.)
$$(\sqrt[3]{4})^2 =$$
 3.) $(\sqrt[6]{4})^3 =$ **4.)** $(\sqrt[3]{9})^2 =$ **5.)** $(\sqrt[8]{4})^4 =$

5.)
$$(\sqrt[8]{4})^4$$

F.Wurzel radizieren

Hier wird das Radizieren von Wurzeln trainiert:

1.)
$$\sqrt{\sqrt{7}} =$$

2.)
$$\sqrt{\sqrt{a}} =$$

4.)
$$\sqrt[3]{\sqrt[3]{125}} =$$
 5.) $\sqrt[3]{\sqrt[5]{9}} =$

Hier wird die umgekehrte Richtung des Gesetzes trainiert:

8.)
$$\sqrt[4]{100}$$
 9.) $\sqrt[10]{100}$ **10.)** $\sqrt[4]{16}$

G.Wurzelexponent kürzen 1.) $\sqrt[6]{4^3} =$ 2.) $\sqrt[10]{9^5} =$ 3.) $\sqrt[10]{4^3} =$ 4.) $\sqrt[10]{27^6} =$ 5.) $\sqrt[10]{7^5} =$

1.)
$$\sqrt[6]{4^3}$$

2.)
$$\sqrt[10]{9^5}$$
 =

4.)
$$\sqrt[18]{27^6}$$
 =

5.) ¹
$$\sqrt[9]{7^5}$$
 =

H. Anwendung: Multiplikation ungleichnamiger Wurzeln

Leichte Aufgaben:

1.)
$$\sqrt[3]{3} \cdot \sqrt[4]{5} =$$
 2.) $\sqrt[4]{7} \cdot \sqrt[8]{5} =$ **3.**) $\sqrt[6]{11} \cdot \sqrt[4]{3} =$ **4.**) $\sqrt[6]{2} \cdot \sqrt[8]{3} =$ **5.**) $\sqrt[6]{7} \cdot \sqrt[4]{2} =$

4.)
$$\sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[3]{3}$$

Schwierigere Aufgaben:

6.)
$$\sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[3]{5} =$$
 7.) $\sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[3]{5} =$ **8.**) $\sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[3]{3} =$ **9.**) $\sqrt[6]{2} \cdot \sqrt[3]{2} =$

9.)
$$\sqrt[6]{2} \cdot \sqrt[6]{2} =$$

J. Anwendung: Division ungleichnamiger Wurzeln

1.)
$$\frac{\sqrt{2}}{\sqrt[4]{5}}$$

2.)
$$\frac{\sqrt[4]{4}}{\sqrt[2]{2}}$$

3.)
$$\frac{\sqrt[3]{3}}{\sqrt[6]{6}}$$

4.)
$$\frac{\sqrt[3]{4}}{\sqrt[3]{2}}$$

1.)
$$\frac{\sqrt{2}}{\sqrt[4]{5}}$$
 2.) $\frac{\sqrt[4]{4}}{\sqrt[4]{2}}$ **3.)** $\frac{\sqrt[3]{3}}{\sqrt[6]{6}}$ **4.)** $\frac{\sqrt[3]{4}}{\sqrt[4]{2}}$ **5.)** $\frac{\sqrt[4]{2}}{\sqrt[4]{3}}$

Fasse so weit wie möglich zusammen.
a) $9\sqrt{7}-6+3\sqrt{7}+3-\sqrt{7}$ b) $3\sqrt{2}-4\sqrt{3}+5\sqrt{2}-8\sqrt{3}$

a)
$$9\sqrt{7}-6+3\sqrt{7}+3-\sqrt{7}$$

b)
$$3\sqrt{2}-4\sqrt{3}+5\sqrt{2}-8\sqrt{3}$$

Ordne die Terme. $= 9\sqrt{7} + 3\sqrt{7} - \sqrt{7} - 6 + 3$

Ordne die Terme.
$$= 3\sqrt{2} + 5\sqrt{2} - 4\sqrt{3} - 8\sqrt{3}$$

$$=11\sqrt{7}-3$$

Fasse zusammen.
$$= 8\sqrt{2} - 12\sqrt{3}$$

Bei einigen Produkten erhält man durch Zusammenfassen eine Wurzel, deren Radikand ein Quadrat ist.

a)
$$\sqrt{6} \cdot \sqrt{24} = \sqrt{6 \cdot 24} = \sqrt{144} = 12$$

b)
$$\sqrt{\frac{3}{5}} \cdot \sqrt{\frac{12}{5}} = \sqrt{\frac{3}{5} \cdot \frac{12}{5}} = \sqrt{\frac{36}{25}} = \frac{6}{5}$$

3 Vereinfache.

a)
$$5\sqrt{11} - 3\sqrt{11}$$

b)
$$6\sqrt{21} + 4\sqrt{21}$$
 c) $6\sqrt{5} - 5\sqrt{5}$ d) $3\sqrt{7} - 2\sqrt{5}$

c)
$$6\sqrt{5} - 5\sqrt{5}$$

d)
$$3\sqrt{7} - 2\sqrt{3}$$

e)
$$6\sqrt{5} + \sqrt{5}$$

f)
$$4\sqrt{a}+6\sqrt{a}$$

g)
$$\sqrt{b} - 4\sqrt{b}$$

g)
$$\sqrt{b} - 4\sqrt{b}$$
 h) $2\sqrt{c} + 5\sqrt{d}$

4 Vereinfache durch geschicktes Ordnen und Zusammenfassen.

a)
$$8-5\sqrt{2}-3+9\sqrt{2}$$

b)
$$5\sqrt{6} + \sqrt{10} - 7\sqrt{6} + \sqrt{10}$$

a)
$$8-5\sqrt{2}-3+9\sqrt{2}$$
 b) $5\sqrt{6}+\sqrt{10}-7\sqrt{6}+\sqrt{10}$ c) $8\sqrt{y}-6\sqrt{x}+8\sqrt{x}-5\sqrt{y}$

d)
$$14 - \sqrt{a} + 5\sqrt{a} - 20$$

e)
$$4\sqrt{7}-5\sqrt{11}-4\sqrt{7}+6\sqrt{11}$$

d)
$$14-\sqrt{a}+5\sqrt{a}-20$$
 e) $4\sqrt{7}-5\sqrt{11}-4\sqrt{7}+6\sqrt{11}$ f) $5\sqrt{3}+4\sqrt{10}-5\sqrt{6}+4\sqrt{11}$

Vereinfache.

a)
$$\sqrt{3} \cdot \sqrt{10} \sqrt{30}$$
 b) $5\sqrt{2} \cdot \sqrt{7}$ e) $(3\sqrt{2})^2$ f) $(-5\sqrt{10})^2$

b)
$$5\sqrt{2} \cdot \sqrt{7}$$

c)
$$\sqrt{11} \cdot 3\sqrt{3}$$

d)
$$(\sqrt{13})^2$$

e)
$$(3\sqrt{2})^2$$

f)
$$(-5\sqrt{10})^2$$

b)
$$5\sqrt{2} \cdot \sqrt{7}$$
 c) $\sqrt{11} \cdot 3\sqrt{3}$ d) $(\sqrt{13})^2$ f) $(-5\sqrt{10})^2$ g) $\sqrt{2}(2+\sqrt{3})$ h) $\sqrt{3}(\sqrt{3}-5)$

h)
$$\sqrt{3}(\sqrt{3}-5)$$

6 Vereinfache die nachfolgenden
Wurzelterme mithilfe des Distributiv-
gesetzes.

a)
$$\sqrt{2}(\sqrt{3}+5)$$

a)
$$\sqrt{2}(\sqrt[3]{3}+5)$$
 b) $(\sqrt{14}+\sqrt{11})\sqrt{3}$

c)
$$(\sqrt{7+6})(\sqrt{2-1})$$

c)
$$(\sqrt{7}+6)(\sqrt{2}-1)$$
 d) $(\sqrt{11}-3)(\sqrt{11}+3)$

e)
$$(\sqrt{3}+10)(\sqrt{3}-10)$$
 f) $\sqrt{a}(\sqrt{b}+\sqrt{c})$

) f)
$$\sqrt{a}(\sqrt{b}+\sqrt{c})$$

g)
$$\frac{\sqrt{5}+\sqrt{10}}{\sqrt{5}}$$

g)
$$\frac{\sqrt{5}+\sqrt{10}}{\sqrt{5}}$$
 h) $\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{3}+\sqrt{12}}$

_____8 Kannst du den Term ohne Wurzel schreiben?

a)
$$\sqrt{20} \cdot \sqrt{5}$$
 b) $\sqrt{\frac{3}{20}} \cdot \sqrt{15}$ c) $\sqrt{0.2} \cdot \sqrt{0.8}$

d)
$$\frac{\sqrt{800}}{\sqrt{200}}$$
.

d)
$$\frac{\sqrt{800}}{\sqrt{200}}$$
. e) $\sqrt{0.1} \cdot \sqrt{1000}$ f) $\frac{\sqrt{32}}{\sqrt{72}}$

f)
$$\frac{\sqrt{32}}{\sqrt{72}}$$

7 Du kannst viele der folgenden Terme durch teilweises Wurzelziehen vereinfachen.

a)
$$\sqrt{27}$$

b)
$$\sqrt{200}$$

c)
$$\sqrt{15}$$

d)
$$\sqrt{\frac{32}{125}}$$

$$(2) \sqrt{\frac{30}{7}}$$

d)
$$\sqrt{\frac{32}{125}}$$
 e) $\sqrt{\frac{30}{7}}$ f) $\sqrt{0.02}$

g)
$$\sqrt{\frac{7}{48}}$$

h)
$$\sqrt{0.18}$$

h)
$$\sqrt{0.18}$$
 i) $\sqrt{0.2}$

j) Finde vier weitere Beispiele für Wurzeln, die man durch teilweises Wurzelziehen vereinfachen kann.

9 Erfinde mindestens vier Produktterme, deren Faktoren irrationale Zahlen sind und das Ergebnis eine rationale Zahl. Schaue dir dazu die Aufgabe 8 genau an. Erkennst du nach welchem Prinzip die Aufgaben gemacht sind?

10 In Aufgabe 7 haben wir teilweise die Wurzel gezogen, d.h. wir haben einen Faktor "vor die Wurzel gezogen".

Jetzt wollen wir einen Faktor vor der Wurzel in die Wurzel bringen. Rechne wie im Beispiel.

a)
$$3\sqrt{7}$$

a)
$$3\sqrt{7}$$
 b) $2\sqrt{2}$

c)
$$0.1\sqrt{1000}$$
 d) $3\sqrt{a}$ e) $6\sqrt{\frac{5}{6}}$ f) $\frac{1}{2}\sqrt{2}$

d)
$$3\sqrt{a}$$

e)
$$6\sqrt{\frac{5}{6}}$$

f)
$$\sqrt{2}$$

13 Vereinfache so weit wie möglich.

a)
$$11\sqrt{\frac{8}{11}}$$
 b) $3\sqrt{\frac{50}{7}}$ c) $4\sqrt{\frac{30}{12}}$

b)
$$3\sqrt{\frac{50}{7}}$$

c)
$$4\sqrt{\frac{30}{12}}$$

d)
$$8\sqrt{\frac{16}{3}}$$

e)
$$5\sqrt{\frac{200}{5}}$$

d)
$$8\sqrt{\frac{16}{3}}$$
 e) $5\sqrt{\frac{200}{5}}$ f) $14\sqrt{\frac{36}{7}}$

g)
$$\frac{12}{5}\sqrt{\frac{75}{32}}$$
 h) $4\sqrt{\frac{7}{2}}$ i) $\frac{1}{5}\sqrt{\frac{325}{8}}$

h)
$$4\sqrt{\frac{7}{2}}$$

i)
$$-\frac{1}{5}\sqrt{\frac{325}{8}}$$

14 Vereinfache die nachfolgenden Wurzelterme mithilfe der 3. Binomischen Formel.

a)
$$\frac{1}{\sqrt{3}+1}$$

b)
$$\frac{2}{\sqrt{5}-1}$$

a)
$$\frac{1}{\sqrt{3}+1}$$
 b) $\frac{2}{\sqrt{5}-1}$ c) $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}+3}$ d) $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}-4}$

d)
$$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a-4}}$$

15 Training zum Rechnen mit Wurzeln

a)
$$10 + 2\sqrt{5} - \sqrt{5} - 12$$
 b) $4 + 2\sqrt{3} - \sqrt{18} - 4$ c) $\sqrt{\frac{1}{2}} - \sqrt{\frac{49}{2}}$ d) $\sqrt{\frac{34}{136}}$

b)
$$4+2\sqrt{3}-\sqrt{18}-4$$

c)
$$\sqrt{\frac{1}{2}} - \sqrt{\frac{49}{2}}$$

d)
$$\sqrt{\frac{34}{136}}$$

(e)
$$\sqrt{2} \cdot \sqrt{8} - \sqrt{32}$$

e)
$$\sqrt{2} \cdot \sqrt{8} - \sqrt{32}$$
 f) $(1 + \sqrt{7})(1 - \sqrt{7})$ g) $\sqrt{12} + 2\sqrt{75}$ h) $\sqrt{0.01 \cdot 144}$

a)
$$\sqrt{12} + 2\sqrt{75}$$

h)
$$\sqrt{0.01 \cdot 144}$$

17 Bestimme die Definitionsmenge des Wurzelterms. Überprüfe die jeweilige Definitionsmenge durch Einsetzen einiger Werte.

a)
$$\sqrt{a}$$

b)
$$\sqrt{x-6}$$

c)
$$\sqrt{1-x}$$

d)
$$\sqrt{9-x^2}$$

e)
$$\sqrt{20-x^2}$$

f)
$$\sqrt{x^2}$$

g)
$$\sqrt{\frac{1}{x}}$$

h)
$$\sqrt{x^3}$$

i)
$$\sqrt{x^2}$$

a)
$$\sqrt{a}$$
 b) $\sqrt{x-6}$ c) $\sqrt{1-x}$ d) $\sqrt{9-x^2}$ e) $\sqrt{20-x^2}$ f) $\sqrt{x^2}$ g) $\sqrt{\frac{1}{x}}$ h) $\sqrt{x^3}$ i) $\sqrt{x^2}$ j) $\sqrt{(2-x)^2}$

18 Für welche Werte der Variablen ist die Wurzel definiert?

a)
$$\sqrt{x+y}$$

b)
$$\sqrt{x \cdot y}$$

a)
$$\sqrt{x+y}$$
 b) $\sqrt{x \cdot y}$ c) $\sqrt{x^2 + y^2}$ d) $\sqrt{x-2y}$ e) $\sqrt{x^2y}$

d)
$$\sqrt{x-2y}$$

e)
$$\sqrt{x^2y}$$

19 Vereinfache durch geschicktes Ordnen und Zusammenfassen.

a)
$$3\sqrt{a} - 5\sqrt{b} + 7\sqrt{a} + 5\sqrt{b} - \sqrt{a}$$
 b) $\sqrt{x} - 3\sqrt{y} + 4\sqrt{x} + 3\sqrt{y} - \sqrt{z}$

b)
$$\sqrt{x} - 3\sqrt{y} + 4\sqrt{x} + 3\sqrt{y} - \sqrt{z}$$

c)
$$2a\sqrt{x}-b\sqrt{y}+b\sqrt{x}+a\sqrt{y}$$

20 Welche der folgenden Terme kann man ohne Wurzel schreiben? Gib jeweils die Definitionsmenge an.

a)
$$\sqrt{a} \cdot \sqrt{a}$$

b)
$$\sqrt{b^3} \cdot \sqrt{b}$$

b)
$$\sqrt{b^3} \cdot \sqrt{b}$$
 c) $\sqrt{x^3} \cdot \sqrt{\frac{16}{x}}$ d) $\sqrt{25a}$ e) $\frac{\sqrt{5a^3}}{\sqrt{5a}}$

d)
$$\sqrt{25a}$$

e)
$$\frac{\sqrt{5a^3}}{\sqrt{5a}}$$

21 Genau hingeschaut.

a) Untersuche die Funktion $y = (\sqrt{x})^2$.

Ergänze die Tabelle und zeichne den Graphen der Funktion.

x	0	1	2	3	-1	-2	-3
у							

22 Bringe den Faktor *vor* der Wurzel *in* die Wurzel. a) $x\sqrt{6}$ b) $3y^2\sqrt{2}$ c) $a\sqrt{a}$ d) $b\sqrt{a}$ e) $2ab\sqrt{b}$ f) $(a-1)\sqrt{a-1}$

a)
$$x\sqrt{6}$$

b)
$$3y^2\sqrt{2}$$

c)
$$a\sqrt{a}$$

d) b
$$\sqrt{a}$$

e)
$$2ab\sqrt{b}$$

f)
$$(a-1)\sqrt{a-1}$$

23 Vereinfache soweit wie möglich. Wende alle "Tricks" an, die du kennst.

a)
$$\sqrt{2x} \cdot \sqrt{18x}$$

a)
$$\sqrt{2x} \cdot \sqrt{18x}$$
 b) $\sqrt{75a^3b} \cdot \sqrt{\frac{b}{a}}$ c) $\sqrt{\frac{a^2}{b}}$

c)
$$\sqrt{\frac{a^2}{b}}$$

d)
$$\sqrt{\frac{6}{a}} \cdot \sqrt{\frac{a^2}{24}}$$

e)
$$\sqrt{\frac{3x^2}{y}}: \sqrt{\frac{y^3}{48}}$$

d)
$$\sqrt{\frac{6}{a}} \cdot \sqrt{\frac{a^2}{24}}$$
 e) $\sqrt{\frac{3x^2}{y}} \cdot \sqrt{\frac{y^3}{48}}$ f) $\sqrt{\frac{a}{b}} \cdot \sqrt{\frac{b}{c}} \cdot \sqrt{ac}$

24 Kann das sein?
$$2\sqrt{3-2\sqrt{2}} = 2\sqrt{2}-2$$

Schaue bei Aufgabe 11 nach, wie man überprüfen kann, ob die beiden Terme $2\sqrt{3-2\sqrt{2}}$ und $2\sqrt{2}-2$ wirklich gleich sind.