

TRAINING - 1

T1. Eine Parabel geht durch die Punkte A(2/4) und B(-4/7); in A hat sie die

Steigung 1. $f(x) = \frac{1}{4}x^2 + 3$

T2. Der Graph einer Funktion 3. Grades hat den Hochpunkt H(1/3) und den

Wendepunkt bei (0;5). $f(x) = x^3 - 3x^2 + 5$

T3. Der Graph einer Funktion 4. Grades ist symmetrisch zur y-Achse und hat in W(2/0) einen Wendepunkt.

Der Anstieg der Wendetangente ist -8. $f(x) = \frac{1}{8}x^4 - 3x^2 + 10$

T4. Eine Polynomfunktion 3. Grades hat im Punkt (0; 5/3) die Steigung $\kappa = 3$ und im Punkt

(-1/0) einen Extremwert. $f(x) = -\frac{1}{3}x^3 + x^2 + 3x + \frac{5}{3}$

T5. Der Graph einer Funktion 3. Grades berührt die x-Achse im Punkt (2/0) und hat bei (1/3) einen

Wendepunkt. $f(x) = \frac{3}{2}x^3 - \frac{9}{2}x^2 + 6$

T6. Der Graph einer Funktion 3. Grades geht durch den Koordinatenursprung. Der Wendepunkt hat die

Koordinaten (2/5), und die Wendetangente hat die Steigung 0,5. $f(x) = \frac{1}{2}x^3 - 3x^2 + \frac{13}{2}x$

T7. Eine Funktion 4. Grades hat im Koordinatenursprung einen Wendepunkt mit der Steigung -2.

Im Punkt (2/0) beträgt die Steigung 12. $f(x) = x^4 - \frac{3}{2}x^2 - 2x$

T8. Der Graph einer Funktion 4. Grades ist symmetrisch zur y-Achse. Er hat bei (2/0)

einen Tiefpunkt und geht durch den Punkt (1; 9/4). $f(x) = \frac{1}{4}x^4 - 2x^2 + 4$

T9. Der Graph einer Funktion 5. Grades ist symmetrisch zum Koordinatenursprung. Im Punkt (1/3) hat er

einen Wendepunkt, die Steigung der Wendetangente ist $17/3$. $f(x) = -x^5 + \frac{10}{3}x^3 + \frac{2}{3}x$

T10. Die Gerade g geht durch die Punkte P(0/3) und Q(5/8). Der Graph der Funktion f, einer Polynomfunktion 3. Grades, berührt die Gerade g in P und schneidet sie in Q. Außerdem schneidet er

die x-Achse in N(-1/0). Ermittle die Gleichungen von g und f. $g(x) = x + 3$; $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - \frac{5}{3}x^2 + x + 3$

T11. Der Graph einer Funktion 3. Grades hat bei $x = 4$ eine Nullstelle und bei $x = 2$ einen Wendepunkt. Die

Gleichung der Wendetangente lautet: $y = 3x - 4$. $f(x) = -x^3 + 6x^2 - 9x + 4$

Ermittle in den folgenden Beispielen die Gleichung von g(x) und skizziere beide Funktionen!

T12. Gegeben ist die Funktion $f(x) = -x^3/4 + 3x^2/2$. Die quadratische Funktion g hat dieselben Nullstellen wie

f. Bei $x = 0$ beträgt ihre Steigung $9/2$. $f(x) = -\frac{3}{4}x^2 + \frac{9}{2}x$

T13. Gegeben ist die Funktion $f(x) = x^3/8 - 3x^2/4 + 4$. Der Graph der quadratischen Funktion g berührt den

Graphen von f in dessen Hochpunkt und schneidet ihn im Punkt $P(8/y_p)$. $f(x) = \frac{1}{4}x^2 + 4$

T14. Gegeben ist die Funktion $f(x) = x^3/8 - 3x/2 + 2$.

Der Graph der quadratischen Funktion $g(x)$ berührt den Graphen von $f(x)$ in dessen

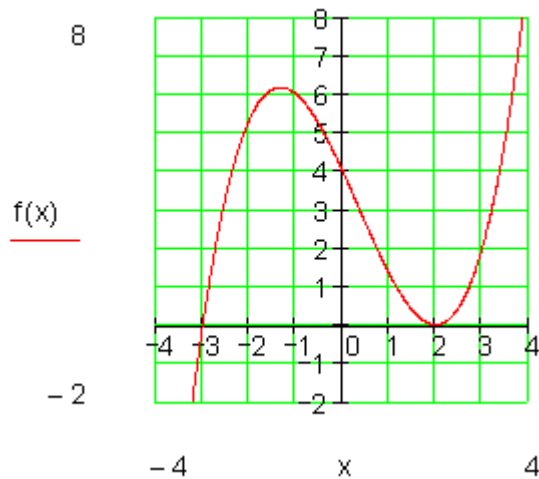
Wendepunkt und schneidet ihn im Punkt $P(6/y_p)$. $f(x) = \frac{3}{4}x^2 - \frac{3}{2}x + 2$

AUFGABEN

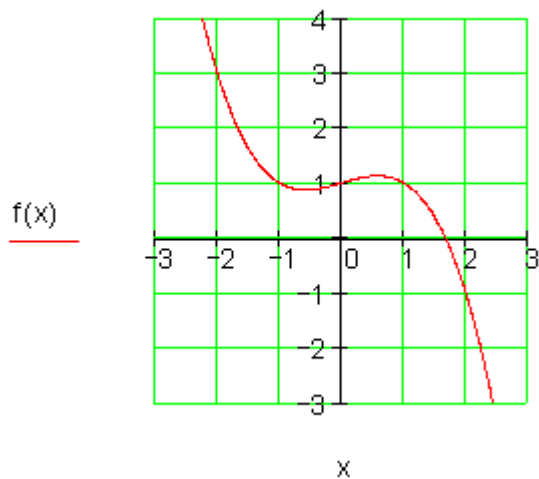
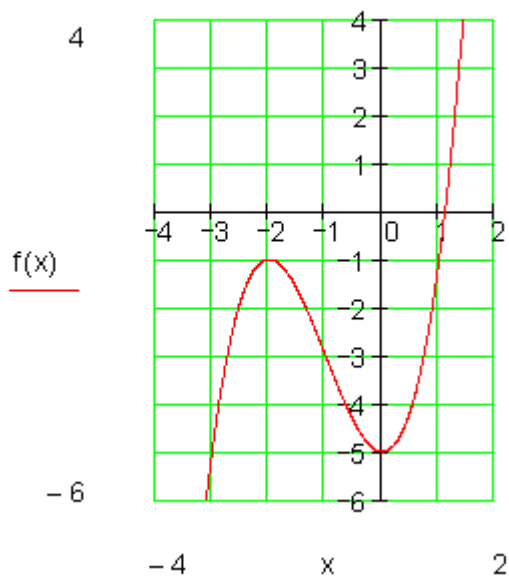
1. Gesucht ist die Gleichung einer Parabel, deren Scheitel im Punkt $S(2; 3)$ liegt. Weiterhin ist bekannt, Parabel besitzt an der Stelle -1 den Wert 6 .
2. Gesucht ist die Gleichung einer ganzrationalen Funktion 3. Grades, deren Graph durch den Ursprung verläuft, bei $x = 1$ eine waagerechte Tangente und bei $x = 2$ einen Wendepunkt hat. Der Funktionswert im Wendepunkt beträgt 1 .
3. Gesucht ist die Gleichung einer ganzrationalen Funktion 3. Grades, deren Graph bei $x = 1$ die x -Achse berührt und in $W(0;1)$ einen Wendepunkt hat.
4. Gegeben ist die Funktion $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$. Bestimmen Sie a, b, c so, daß der Graph von $f(x)$ den Punkt $A(1;4)$ enthält, an der Stelle $x = -3$ die x -Achse schneidet und bei $x = -2$ ein relatives Extremum hat.
5. Gegeben ist von einer Funktion $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$. Bestimmen Sie a, b, c so, daß der Graph von $f(x)$ die x -Achse bei $x = 3$ schneidet und in $E(2;4)$ ein relatives Extremum hat.
6. Gesucht ist die Gleichung einer ganzrationalen Funktion 3. Grades, die durch $A(0;4)$ verläuft und dort eine waagerechte Tangente hat. Der Wendepunkt hat die x -Koordinate 2 . Die Wendetangente hat die Steigung -6 .
7. Gesucht ist eine ganzrationale Funktion 4. Grades, die achsensymmetrisch ist. Sie geht durch den Punkt $A(2;30)$ und hat in $P(1;18)$ einen Wendepunkt.
8. Gesucht ist eine ganzrationale Funktion 3. Grades. Sie hat bei $E_1(-2;-3)$ einen Tiefpunkt und an der Stelle $y = 2$ einen Ordinatenschnittpunkt. Bei $x = 2$ liegt ein Wendepunkt vor.
9. Eine ganzrationale Funktion 3. Grades hat im Ursprung die Steigung 4 , eine Nullstelle bei 4 und einen Wendepunkt bei $x_w = 8/3$.
10. Berechnen Sie die Gleichung einer ganzrationalen Funktion 3. Grades, die die Abszissenachse im Ursprung berührt und den Wendepunkt $W(-2;6)$ hat.
11. Gesucht ist die Gleichung einer ganzrationalen Funktion 4. Grades, die folgende Bedingungen erfüllt: Der Graph hat im Wendepunkt $x_w = 0$ und an der Stelle $x = 3$ waagerechte Tangenten. Außerdem existiert noch eine Nullstelle bei $x = 4$, an der der Graph die Steigung -4 hat.
12. Gesucht ist die Gleichung einer ganzrationalen Funktion 2. Grades, die durch $A(3;7)$ und durch $B(-1;-9)$ verläuft. Sie hat in A die Steigung 2 .
13. Gesucht ist die Gleichung einer ganzrationalen Funktion 2. Grades, die die x -Achse in $P(6;0)$ schneidet und die y -Achse in $Q(0;-6)$. Die Funktion hat ein Minimum an $x_0=5/2$.

14. Gesucht ist die Gleichung einer ganzrationalen Funktion 3. Grades, die in $P_1(2;f(2))$ einen Wendepunkt mit der Tangente $3x + y = 6$ hat und durch den Punkt $P_2(0;-2)$ verläuft.
15. Gesucht ist die Gleichung einer ganzrationalen Funktion 3. Grades, die im Punkt $P_1(3;f(3))$ die Gerade $y = 11x - 27$ als Tangente und im Punkt $P_2(1;0)$ einen Wendepunkt hat.
16. Gesucht ist die Gleichung einer ganzrationalen Funktion 3. Grades, die die x -Achse an der Stelle $x = -2$ schneidet. Der Wendepunkt liegt auf der y -Achse. Die Wendetangente hat die Gleichung $y_T = 2x + 2$.
17. Gesucht ist die Gleichung einer ganzrationalen Funktion 4. Grades, die bei $x = 1$ die x -Achse berührt. Bei $x = -1$ hat der Graph einen Wendepunkt mit der Wendenormalen $y_N = -\frac{1}{3}x - \frac{17}{4}$
18. Gesucht ist die Gleichung einer ganzrationalen Funktion 3. Grades, die durch den Ursprung verläuft und in $A(1;-2)$ einen Wendepunkt hat. Die zugehörige Wendetangente schließt mit der der positiven x -Achse einen Winkel von 45° ein.
19. Gesucht ist die Gleichung einer ganzrationalen Funktion 3. Grades, die bei 4 die y -Achse und bei 4 und -2 die x -Achse schneidet. Bei 0 liegt ein Extremwert vor.
20. Gesucht ist die Gleichung einer ganzrationalen Funktion 3. Grades, die durch den Ursprung verläuft, bei 3 eine Nullstelle hat, bei -3 die x -Achse schneidet, und im Ursprung die Steigung 9 hat.
21. Gesucht ist die Gleichung einer ganzrationalen Funktion 3. Grades, die bei 10 die y -Achse schneidet, bei $P(-2;-8)$ eine waagerechte Tangente hat. Diese Tangente schneidet $f(x)$ an der Stelle 3
22. Gesucht ist die Gleichung einer ganzrationalen Funktion 3. Grades, die in $A(0;1)$ eine Tangente mit der Steigung 2 und bei 2 und -2 Tangenten parallel zur x -Achse hat.
23. Gesucht ist die Gleichung einer ganzrationalen Funktion 4. Grades. Sie hat für $x = 1$ einen Tiefpunkt, für $x = -1$ einen Sattelpunkt und schneidet die y -Achse in $S(0;4)$. Die Tangente in S bildet mit der x -Achse einen Winkel von 135°
24. Berechnen Sie die Gleichung einer ganzrationalen Funktion 4. Grades, die im Ordinatenschnittpunkt $S(0;5)$ einen Wendepunkt besitzt. Bei $x = -1$ berührt die Kurve die x -Achse und hat bei $x = 1$ die Steigung $m = -120$
25. Nur die Bedingungen: Eine ganzrationale Funktion 3. Grades, die in $P(0;1)$ einen Wendepunkt mit waagerechter Tangente besitzt. Außerdem schneidet ihr Graph an der Stelle x_0 die Gerade mit der Funktionsgleichung $y = -3x + 1$
26. Gesucht ist die Gleichung einer ganzrationalen Funktion 4. Grades, welche einen Wendepunkt bei $x = -1$ und an der Stelle 2 eine waagerechte Tangente hat. Sie schneidet bei $x = 3$ die x -Achse und hat bei -2 einen Hochpunkt. Die Tangente an der Stelle 1 hat eine Steigung von 1
27. zeichnen Sie den Graphen.

28. Gegeben ist der Graph einer ganzrationalen Funktion 3. Grades. Bestimmen Sie die



Funktionsgleichung.



Lost in translation

Merkzettel zur Rekonstruktion

BEHAUPTUNG	BEDINGUNG
verläuft durch Ursprung	Konstantes Glied = 0
schneidet Y-Achse bei ...	Konstantes Glied = ...
Nullstelle bei ...	$f(x) = 0$
P berührt die X-Achse bei	I: $f(x) = 0$; II: Extrema liegt vor $f'(x) = 0$
P hat im P_1 waagerechte Tangente	Extrema liegt vor $f'(x) = 0$
$F(x)$ und $g(x)$ schneiden sich...	$f(x) = g(x)$
Funktion verläuft durch Punkt P_1	$f(x_1) = y_1$
ist symmetrisch gegen Y-Achse = ist spiegelsymmetrisch	$f(-x) = f(x)$ oder: alle X-Komponenten mit ungerader Exponenten gleich null
punktsymmetrisch gegen Ursprung = punktsymmetrisch	$f(-x) = -f(x)$ oder: alle X-Komponenten mit gerader Exponenten gleich null
Symmetriezentrum von $F(x^3)$ liegt auf der Y-Achse...	$f(0) = y_{1=...}$
Der Funktionswert beträgt ... (Die Ordinate beträgt)	$f(x_1) = y_1 = ...$
„Abzisse“ = X-Achse	
„Ordinate“ = Y-Achse	
Steigung in einem Punkt	$f'(x) = m$
WP mit waagerechten Tangente	= Sattelpunkt (siehe unter Sattelpunkt unten)
ZWEI INFOS IN EINEM AUSDRUCK:	
Sattelpunkt	I: $f'(x) = 0$ und II: $f''(x) = 0$
Im Punkt P (x/y) liegt ein ... Extrema o. WP	I: $f(x_1) = y_1$ und II: $f'(x) = 0$
Berührt die X-Achse bei ...	I: $f(x) = 0$; II: Extrema liegt vor $f'(x) = 0$
WP = NST oder EXTR = NST usw.	klar

Steigung: $f'(x) = m$

Nullstellen: $f(x) = 0$

Extrema: $f'(x) = 0$

WP: $f''(x) = 0$

Winkel $90^\circ \Rightarrow m_1 * m_2 = 1$ oder bzw.: $m_1 = -1 / m_2$

Berührungsbedingung: 1. $f(x_1) = p(x_1)$
2. $f'(x_1) = p'(x_1)$

Tangentengleichung, Normalengleichung

$$Y_{Tan} = f'(x_1) \times (x - x_1) + f(x_1)$$

$$Y_{Nor} = - \frac{1}{f'(x_1)} \times (x - x_1) + f(x_1)$$

TRAINING: BEDINGUNGEN ERSTELLEN:

B1. EINE BEDINGUNG MÖGLICH:

Eine Funktion ...

1. geht durch die Punkte A (1/3) und B (2/-2)
2. hat die Nullstelle bei -4
3. geht durch den Koordinatenursprung
4. Schneidet die X-Achse bei -2
5. Schneidet die Y-Achse bei 5
6. hat an der Stelle 2 einen bei einen Tiefpunkt
7. Hat an der Stelle 4 einen Hochpunkt
8. Besitzt an der Stelle 3,5 die Tangente parallel zu X-Achse
9. Hat an der Stelle -1 einen Wendepunkt
10. Hat die höchste Steigung an der Stelle 5
11. Hat bei $x = 3$ die Steigung -8
12. An der Stelle 4 hat die Tangente parallel zur Gerade $g = 2X+3$

B2. ZWEI BEDINGUNG SIND MÖGLICH:

Eine Funktion ...

1. Hat im Punkt P (2/4) einen Extrempunkt
2. Hat im Punkt A (3/4) einen Wendepunkt
3. Schneidet die X-Achse bei 3 mit der Steigung -3
4. Hat einen Sattelpunkt bei -1
5. Berührt die X-Achse bei 4
6. Hat die Nullstelle sowie den Wendepunkt bei $x = -2$
7. Im Punkt (3/4) hat waagerechte Tangente
8. Der Wendepunkt liegt an der Stelle 4,
der Anstieg der Wendetangente ist -8

B3. ANDERE FORMULIERUNGEN SIND MÖGLICH:

Eine Funktion ...

1. Die Gleichung der Wendetangente an der Stelle $x = 3$ lautet $t = 0,5 \cdot X + 2$
2. Die Wendetangente an der Stelle -2 hat die Steigung -6
3. Schneidet die Funktion $g(x) = x^2 - 4x$ im Ursprung senkrecht
4. Ist an der Stelle $x = 1$ parallel zu Gerade $g(x) = 3 \cdot X - 1$
5. Schneidet die x -Achse dort, wo $g(x) = x^2 + 6x$ schneidet
6. Schneidet die Y -Achse dort, wo die $g(x) = x^3 + 6x^2 + 6$ schneidet
7. Hat an der Stelle $y = 2$ einen Ordinatenschnittpunkt
8. Der Wendepunkt ist $W(1/3)$, Wendenormale verläuft parallel zur Gerade $g(x) = 1/3 x + 2$
9. die in $P_1(2 / -3)$ einen Wendepunkt mit der Tangente $3x + y = 6$ hat
10. Der Wendepunkt liegt auf der y -Achse. Die Wendetangente hat die Gleichung $y_T = 2x + 2$
11. im $A(1 / -2)$ hat einen Wendepunkt. Die zugehörige Wendetangente schließt mit der der positiven x -Achse einen Winkel von 45° ein
12. schneidet die y -Achse in $S(0/4)$. Die Tangente in S bildet mit der x -Achse einen Winkel von 135°

**B4. Von der Funktion II. Grades sind folgende Gleichungen entstanden.
Formulieren Sie als Text die Eigenschaften der Funktion!**

F1

	a	b	c	Q
I	1	1	1	1
II	4	2	1	6
III	2	1		5

F2

	a	b	c	Q
I	9	3	1	10
II	4	-2	1	-4
III	4	1		0

F3

	a	b	c	Q
I	25	-5	1	0
II	36	-6	1	0
III			1	0

F4

	a	b	c	Q
I	6	1	0	4
II	1	1	1	1
III			1	5

**B5. Von der Funktion III. Grades sind folgende Gleichungen entstanden.
Formulieren Sie als Text die Eigenschaften der Funktion!**

F5

	a	b	c	d	Q
I	-27	9	-3	1	44
II	-1	1	-1	1	2
III	1	1	1	1	0
IV	8	4	2	1	-1

F6

	a	b	c	d	Q
I	-27	9	-3	1	0
II	12	4	1		0
III	8	4	2	1	0
IV				1	4

F7

	a	b	c	d	Q
I	12	-4	1		0
II	-8	4	-2	1	-1
III				1	-5
IV			1		0

F8

	a	b	c	d	Q
I				1	0
II			1		0
III	-8	4	-2	1	6
IV	-12	2	1		0

**B6. Von der Funktion IV. Grades sind folgende Gleichungen entstanden.
Formulieren Sie als Text die Eigenschaften der Funktion!**

F9

	a	b	c	d	e	Q
I			2			0
II				1		0
III	108	27	6	1		0
IV	16	8	4	2	1	0
V	4	3	2	1		-4

F10

	a	b	c	d	e	Q
I	4	3	2	1		0
II	-4	3	-2	1		0
III	12	-6	2			0
IV					1	4
V				1		-1

F11

	a	b	c	d	e	Q
I					1	5
II			2			0
III	-4	3	-2	1		0
IV	1	-1	1	-1	1	0
V	4	3	2	1		-120

F12

	a	b	c	d	e	Q
I	12	-6	2			0
II	32	12	4	1		0
III	81	27	9	3	1	0
IV	-32	12	-4	1		0
V	4	3	2	1		1

ERGEBNISSE:

B1: 1. $f(1)=3; f(2)=-2$ 2. $f(-4)=0$ 3. $f(0)=0$ 4. $f(-2)=0$ 5. $f(0)=5$ 6. $f'(2)=0$ 7. $f'(4)=0$ 8. $f'(3,5)=0$ 9. $f''(-1)=0$ 10. $f''(5)=0$ 11. $f'(3)=-8$ 12. $f'(4)=2$	B2: 1. $f(2)=4; f'(2)=0$ 2. $f(3)=4; f''(3)=0$ 3. $f(3)=0; f'(3)=-3$ 4. $f'(1)=0; f''(1)=0$ 5. $f(4)=0; f'(4)=0$ 6. $f(-2)=0; f''(-2)=0$ 7. $f(3)=4; f'(3)=0$ 8. $f''(4)=0; f'(4)=-8$	B3: 1. $f''(3) = 0; f'(3) = 0,5$ 2. $f''(-2) = 0; f'(-2) = -6$ 3. $f(0) = 0; f'(0) = 0,25$ 4. $f'(1) = 3$ 5. $f(0) = 0; f(-6) = 0$ 6. $f(0) = 6;$ 7. $f(0) = 2;$ 8. $f(1) = 3; f''(1) = 0;$ $f'(1) = 1/3$ 9. $f'(2) = -3; f'() = 0,5$ 10. $f''(0) = 0; f'(0) = 2$ 11. $f(1) = -2; f''(1) = 0$ $f'(1) = 1$ 12. $f(0) = 4; f'(0) = -1$
---	--	--

B4. Funktion 1 I. Geht durch den Punkt P (1 / 1) II. Geht durch den Punkt Q (2 / 6) III. An der Stelle 1 ist die Steigung 5	B4. Funktion 2 I. Geht durch den Punkt P (3 / 10) II. Geht durch den Punkt P (-2 / -4) III. An der Stelle 2 hat Extremum
B4. Funktion 3 I. Geht durch den Punkt P (-5 / 0) II. Geht durch den Punkt Q (-6 / 0) III. Verläuft durch den Ursprung	B4. Funktion 4 I. An der Stelle $x=3$ ist die Steigung 4 II. Geht durch den Punkt Q (1 / 1) III. Schneidet die Y-Achse bei 5

B5. Funktion 5 I. Geht durch den Punkt P (-3 / 44) II. Geht durch den Punkt R (-1 / 2) III. Geht durch den Punkt Q (1 / 0) IV. Geht durch den Punkt S (2 / -1)	B5. Funktion 6 I. Geht die Nullstelle bei -3 II. Hat bei $x = 2$ ein Extremum III. Geht die Nullstelle bei 2 IV. Schneidet die Y-Achse bei 4
B5. Funktion 7 I. Hat Hochpunkt bei -2 II. Geht durch den Punkt R (-2 / -1) III. Schneidet die Y-Achse bei -5 IV. Hat im Ursprung einen Wendepunkt	B5. Funktion 8 V. Verläuft durch den Ursprung VI. Im Ursprung liegt ein Wendepunkt VII. Geht durch R (-2/6) VIII. An der Stelle -1 liegt ist Wendepunkt

B6. Funktion 9 IV.	B6. Funktion 10 IV.
B6. Funktion 11 IV.	B6. Funktion 12 I.