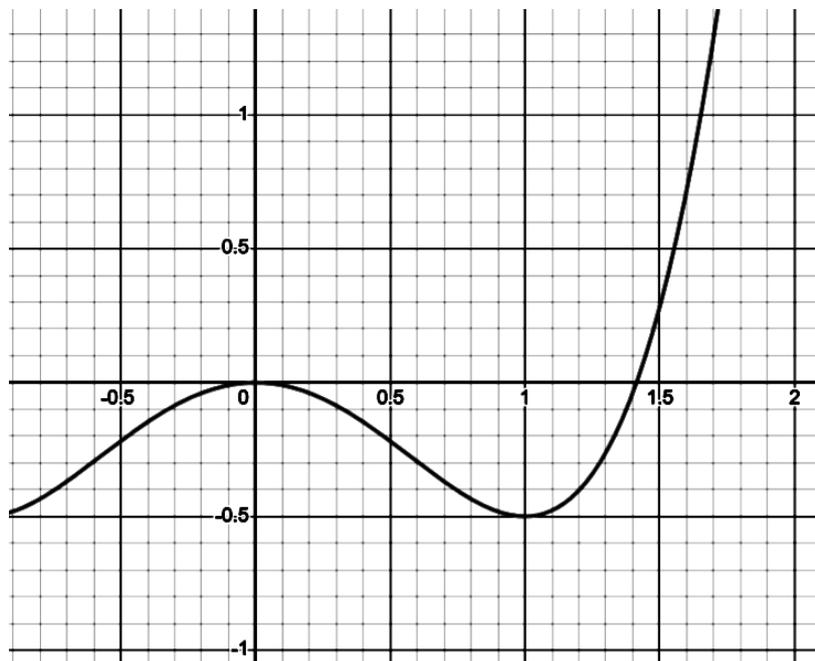


Probeklausur K1

A1. Führen Sie kurze Kurvendiskussion durch; Nullstellen, Extrema, Wendepunkte. Ermitteln Sie des Weiteren die Gleichung der Wendetangente an der Stelle 0

$$f(x) = -x^3 + 4x$$

A2.



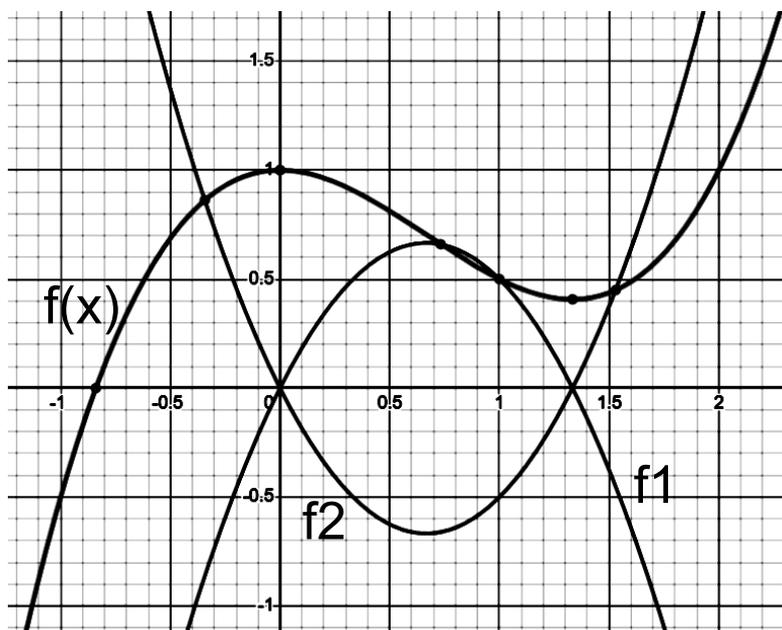
Ermitteln Sie graphisch die Steigung der Funktion an der Stelle $x = 0,5$. Überprüfen Sie es rechnerisch.

$$f(x) = 0,5x^4 - x^2$$

Ermitteln Sie die Gleichung der Tangente an dieser Stelle.

Berechnen Sie die Stellen, wo $f(x)$ die X-Achse schneidet.

A3.



Gegeben sei der Graph der Funktion $f(x)$. Welche Behauptung trifft zu?

- A. f_1 ist die Ableitung von $f(x)$
- B. f_2 ist die Ableitung von $f(x)$
- C. weder f_1 noch f_2 ist $f'(x)$

A4. Bilden Sie die erste Ableitung

a. $x^2 \times (x-4)$

b. $ax^2 + bx + x$

c. $\frac{1}{n} \times x^n$

d. $2\sqrt{x} - \frac{2}{x}$

A5. An welchen Stellen hat die Funktion $f(x)$ die Steigung $m = -0,5$?

$$f(x) = -2x^3 + 3x^2 + x + 2$$

A6. Wie gross ist die Steigung der Funktion $f(x)$ an der Stelle -1 ?

$$f(x) = 2x^3 + 1,5x^2 + 2,5x - 2$$

Ergebnisse: Probeklausur K1

A1 Punktsymmetrisch

$$\begin{array}{l} \text{NS} \quad \left(\begin{array}{cc} 2,0 & ; & 0,0 \end{array} \right) \quad \text{NS}_2 \quad \left(\begin{array}{cc} -2,0 & ; & 0,0 \end{array} \right) \quad \text{NS}_3 \quad \left(\begin{array}{cc} 0,0 & : & 0,0 \end{array} \right) \\ \text{TP} \quad \left(\begin{array}{cc} 1,2 & ; & 3,1 \end{array} \right) \quad \text{HP} \quad \left(\begin{array}{cc} -1,2 & ; & -3,1 \end{array} \right) \\ \text{WP} \quad \left(\begin{array}{cc} 0,0 & ; & 0,0 \end{array} \right) \quad t(\text{WP}) = \quad 4,0 \quad \times \quad \quad \quad 0,0 \end{array}$$

A2. $m = -0,75$; $t(x) = -0,75x + 0,156$; Drei Nulstellen: $-1,41$; 0 ; $1,41$

A3. f_2 ist die Ableitung von $f(x)$

A4. a. $x^2 \times (x-4)' = 3x^2 - 8x$

b. $ax^2 + bx + x' = 2ax + b$

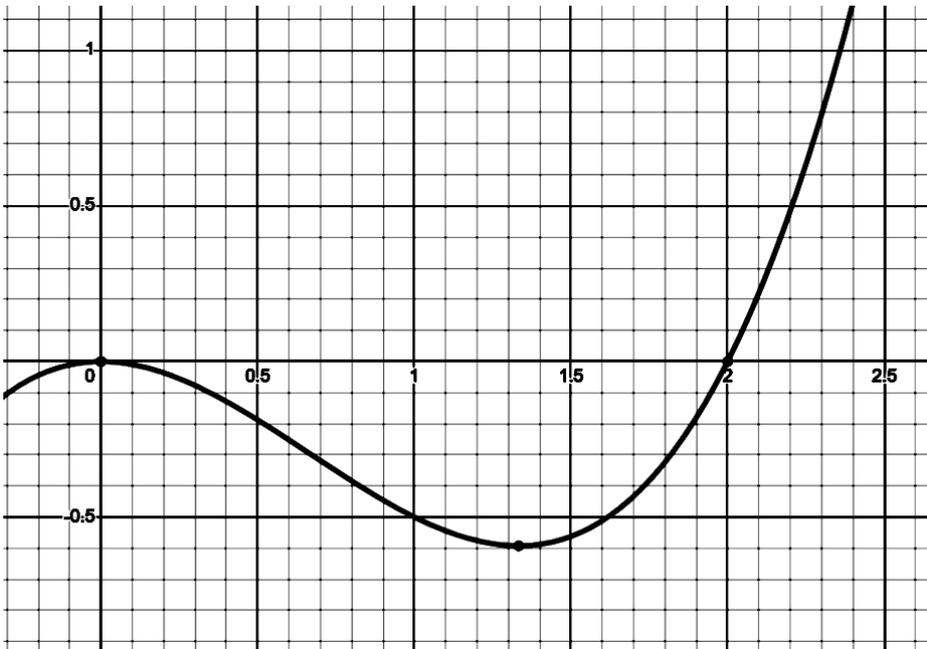
c. $\frac{1}{n} \times x^n' = x^{n-1}$

d. $2\sqrt{x} - \frac{2}{x}' = \frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{2}{x^2}$

A5. $x_1 = -0,21$; $x_2 = 1,21$

A6. 45°

Probeklausur K2



A1.

A. Ermitteln Sie graphisch die momentane Änderungsrate der Funktion $f(x)$ an der Stelle $x = 1$

B. Ermitteln Sie die mittlere Änderungsrate im Intervall $I = [1 ; 2]$

C. Welche Behauptung trifft zu?

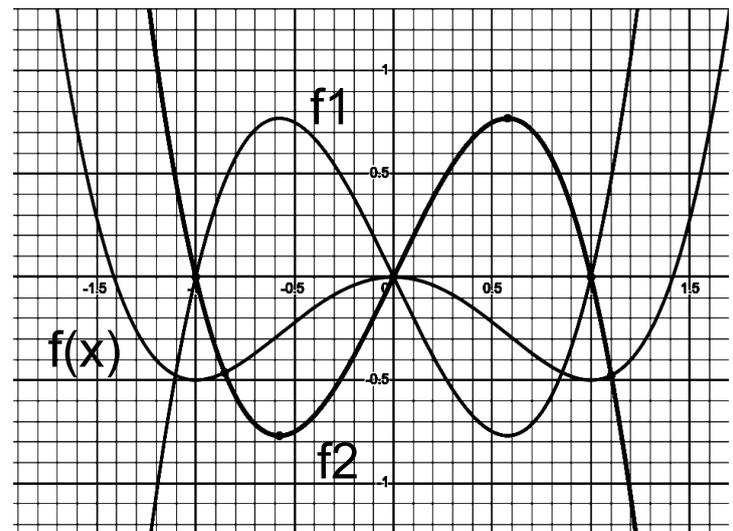
1. $f'(0,5) > 0$
2. $f'(0,5) < 0$
3. $f'(0,5) = 0$
4. Keine von 1-3

A2. Führen Sie kurze Kurvendiskussion durch; Nullstellen, Extrema, Wendepunkte. Ermitteln Sie des Weiteren die Gleichung der Wendetangente an der Stelle 1

$$f(x) = -0,5x^4 + 3x^2 - 2,5$$

A3. Gegeben sei der Graph $f(x)$. Welche Behauptung trifft zu?

- A. f_1 ist die Ableitung von $f(x)$
- B. f_2 ist die Ableitung von $f(x)$
- C. weder f_1 noch f_2 ist $f'(x)$



A4. Bilden Sie die erste Ableitung

- a. $2x^3 \times (x+2)$
- b. $2ax^3 + 3bx^2 + c$
- c. x^{2n}
- d. $4\sqrt{x} + \frac{4}{x}$

A5. An welchen Stellen hat die Funktion $f(x)$ die Steigung $m = 2$?

$$f(x) = 2\sqrt{x}$$

A6. Wie gross ist die Steigung der Funktion $f(x)$ an der Stelle $x = -1$? Welchen Winkel bildet die Tangente an dieser Stelle mit der Achsenparallele zur X-Achse?

$$f(x) = 2x^3 + 1,5x^2 + 2,5x - 2$$

Ergebnisse: Probeklausur K2

A1. $X_{\text{Mom}} = -0,5$; $X_{\text{mitt}} = 0,5$; C2 $f'(x) < 0$

A2 Achsensymmetrisch

$NS_1 \begin{pmatrix} 1,0 & 0,0 \end{pmatrix}$ $NS_2 \begin{pmatrix} -1,0 & 0,0 \end{pmatrix}$ $NS_3 \begin{pmatrix} 2,2 & 0,0 \end{pmatrix}$ $NS_4 \begin{pmatrix} -2,2 & 0,0 \end{pmatrix}$
TP $\begin{pmatrix} 0,0 & ; & -2,5 \end{pmatrix}$ HP $\begin{pmatrix} 1,7 & ; & 2,0 \end{pmatrix}$ HP $\begin{pmatrix} -1,7 & ; & 2,0 \end{pmatrix}$
WP1 $\begin{pmatrix} 1,0 & ; & 0,0 \end{pmatrix}$ WP2 $\begin{pmatrix} -1,0 & ; & 0,0 \end{pmatrix}$
t(WP) = 4,0 X -4,0

A3. A

A4. a. $2x^3 \times (x+2)' = 8x^3 + 12x^2$

b. $2ax^3 + 3bx^2 + c' = 6ax^2 + 6bx$

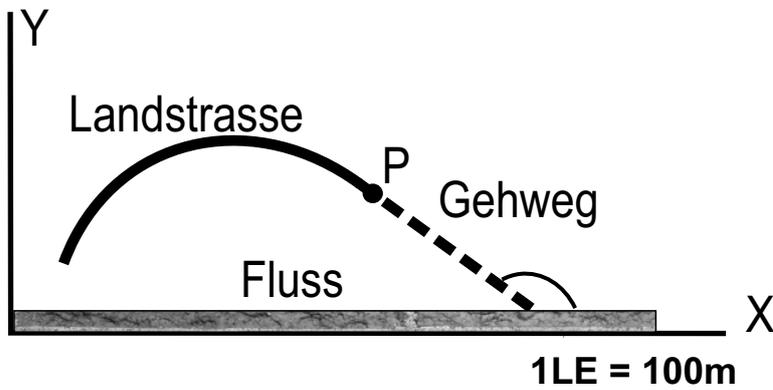
c. $x^{2n}' = 2nx^{2n-1}$

d. $4\sqrt{x} + \frac{4}{x}' = \frac{2}{\sqrt{x}} - \frac{4}{x^2}$

A5. 0,5

A6. $m = 5,5$; $79,7^\circ$

Probeklausur K3



Die Landstrasse $f(x)$ geht knickfrei im Punkt $P(2; f(2))$ in einen Gehweg über, wobei X-Achse einen Fluss darstellt.

- A. Wo trifft der Gehweg den Fluss?
- B. Unter welchem Winkel?
- C. Was ist der kürzeste Abstand vom Punkt P zum Fluss?
- D. Wie lang ist der Gehweg?

Löse die Aufgabe für

A. $f(x) = -0,1x^3 + 0,9x$

B. $f(x) = -0,02x^4 + 0,08x^2 + 3$

C. $f(x) = -0,25x^2 + 8$

Ergebnisse:

A.					
$t(x) =$	$-0,3$	X	$+$	$1,6$	<i>wobei</i> $f(x_1) = 1$
A.	trifft im Punkt	$5,33333$ LE =		$533,333$ m	$f'(x_1) = -0,3$
B.	Winkel:	$16,70$			
C.	kürzest. Weg	1 LE =		100 m	
D.	Gehweg: d =	$3,48$ LE =		$348,01$ m	

B.					
$t(x) =$	$-0,32$	X	$+$	$3,64$	<i>wobei</i> $f(x_1) = 3$
A.	trifft im Punkt	$11,375$ LE =		$1137,5$ m	$f'(x_1) = -0,32$
B.	Winkel:	$17,74$			
C.	kürzest. Weg	3 LE =		300 m	
D.	Gehweg: d =	$9,84$ LE =		$984,33$ m	

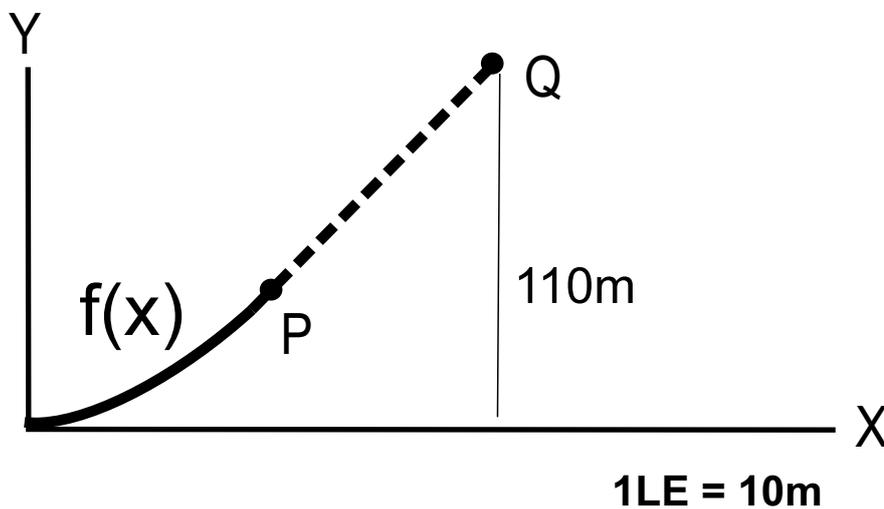
C.					
$t(x) =$	-1	X	$+$	9	<i>wobei</i> $f(x_1) = 7$
A.	trifft im Punkt	9 LE =		900 m	$f'(x_1) = -1$
B.	Winkel:	$45,00$			
C.	kürzest. Weg	7 LE =		700 m	
D.	Gehweg: d =	$9,90$ LE =		$989,949$ m	

Probeklausur K4

Gegeben sei die Funktion $f(x)$.
$$f(x) = -\frac{1}{20}x^3 + \frac{3}{20}x^2$$

1. Untersuchen Sie $f(x)$ auf Symmetrie, Nullstellen, Extrema und Wendepunkte.
2. Die Bobbahn Winterberg, offiziell bekannt als VELTINS-EisArena, liegt auf dem Berg Kappe in Winterberg, Deutschland, auf einer Höhe von 776 Metern über dem Meeresspiegel.
Die Bahn hat eine Gesamtlänge von 1609 Metern und umfasst 15 Kurven.
Der maximale Höhenunterschied beträgt 110 Meter, bei einer durchschnittlichen Neigung von 14 %. Auf einigen Abschnitten können Geschwindigkeiten von bis zu 140 km/h erreicht werden. (Auszug aus Wikipedia)

Mit der Funktion $f(x)$ soll ein Teil der Strecke in Wittenberg simuliert werden:
Im Punkt der höchste Gefälle (Punkt P) zum Punkt Q verläuft knickfrei und schräg nach oben ein Teil der Strecke der Bobbahn. Der Punkt Q liegt in der Höhe 110 m.



- A. Berechnen Sie die analytische Form der Geradenstrecke PQ
- B. Vergleichen Sie die Neigung mit den Daten aus Wikipedia
- C. Wie lang ist die Strecke PQ?
- D. Ein Bob passiert die Strecke PQ in 19,59 Sekunden. Vergleichen Sie seine Geschwindigkeit mit den Werten aus Wikipedia
- E. Die Gefälle PQ darf nicht 9° überschreiten. Überprüfen Sie es

Ergebnisse:

keine Symmetrie

Nullstellen bei 3; 0

y-Achsenabschnitt bei (0|0)

Hochpunkte, Tiefpunkte bei (2|0.2); (0|0)

Wendepunkt bei (1|0.1)

A. $t = 0,15x - 0,05$

B. 15%

C. Q:(73,7 ; 11); PQ = 73,48LE = 735 m

D. $v = 735\text{m} / 19,59\text{ s} = 37,52\text{ m/s} = 135,1\text{ km/h}$

E. $8,52^\circ < 9^\circ$

Anwendungsaufgabe: Wasserrutsche In einem Schwimmbad wird eine Wasserrutsche geplant, deren Verlauf der Funktion

$$f(x) = -0,02 x^4 + 0,60 x^3 - 4,50 x^2 + 10,00$$

im Bereich zwischen 0 und 20 entsprechen soll.

- 1P A. Begründen Sie, dass der Rutscheneinstieg ($x = 0$) eine Höhe von 10 hat.
- 1p B. Zeigen Sie, dass das Rutschenende bei $x = 20$ die Höhe Null hat
- 4p C. Berechnen Sie die mittlere Steigung zwischen Rutscheneinstieg und -ende.
- 5p D. Ermitteln Sie die Stellen der Rutsche, an denen diese keine Steigung hat.
- 3p E. Berechnen Sie zu D. deren y-Werte.
- 4p F. Berechnen Sie den Rutschenanstieg am Beginn und Ende der Rutsche.
- 5p G. Ermitteln Sie zusätzlich den Steigungswinkel zu Beginn der Rutsche in Grad.
- 1p H. Berechnen Sie Rutschenanstieg am Ende der Rutsche in Prozent
- 4p I. Ermitteln Sie, an welcher Stelle der Rutschenanstieg minimal ist.
- 3p J. Berechnen Sie den Anstieg an der Stelle von I.
- 5p K. Fertigen Sie eine maßstabsgerechte Zeichnung der Rutsche an.
- 6p L. Zeichnen Sie den Steigungsverlauf der Rutsche und kennzeichnen Sie alle von Ihnen ermittelten Steigungen in der Skizze.
- 4p M. Begründen Sie, dass die um 5 nach unten und 10 nach links verschobene Rutschenfunktion symmetrisch zum Ursprung ist.
- 3p N. Berechnen Sie die Steigung der Wendenormale
- 4p O. Wo schneidet die Wendenormale die koordinatenachsen?
- 6p P. An welchen Stellen hat die Funktion die Tangenten parallel zur Wendenormale?
- 5p Q. Vergleichen Sie die Mittlere Änderungsrate zwischen Extrema mit der Wendesteigung

Insgesamt 64 Punkte maximal sind möglich

ERGEBNISSE

- A. $f(0) = 10$
 B. $f(20) = 0$
 C. $f(0) = 10$ $f(20) = 0$ MÄR = $-0,5$
 D. HP(15 ; 10) TP(5 ; 0)
 E. siehe D.
 F. $m_1 = -4,5$ $m_2 = -4,5$
 G. Alpha: 102,5
 H. $m_2\% = 450\%$
 I. WP(10 ; 5)
 J. $m(\text{WP}) = 1,5$
 K.
 L.
 M. WP Verschiebung
 N. $m(\text{WP}) = -0,667$
 O. $n = -0,667$ $X + 11,67$ NS = 17,50 $Y_0 = 11,67$
 P. $X_1 = 4,0$ $X_2 = 16,0$
 Q. $m(\text{Extr}) = 1,0$ $m(\text{WP}) = 1,5$

Notentabelle für 64 Punkte

P	Note	P	Note
15	ab 61	7	ab 35
14	ab 58	6	ab 32
13	ab 54	5	ab 29
12	ab 51	4	ab 26
11	ab 48	3	ab 21
10	ab 45	2	ab 17
9	ab 42	1	ab 13
8	ab 38	0	ab 0

