PROBEKLAUSUR 1 zum Thema Vektoren im Raum **VAR: 6 3**
von Roman Goldstein

Aufgabe 1 Gegeben sind die Punkte A (-2 -3 6) und der Mittelpunkt M (-9 6 -2) der Strecke AB. Bestimme die Koordinaten von B. Wie lange ist die Strecke AB?

Aufgabe 2 Der Vektor v (-7 3 -8) verschiebt den Punkt P auf den Punkt Q
Q (-9 6 4) Geben Sie die Koordinaten von P an.

Aufgabe 3 Gegeben sind die Vektoren a und b.
Berechnen Sie die Linearkombination $a = \begin{pmatrix} -4 \\ -8 \\ -3 \end{pmatrix}$ $b = \begin{pmatrix} -2 \\ 6 \\ 3 \end{pmatrix}$

A. -a + 2b
B. -3a - b
C. 2a - 2b

Aufgabe 4 Gegeben ist ein Viereck ABCD
A. Zeigen Sie, ABCD ist eine Raute
B. Ermitteln Sie die Fläche der Raute

A	-2	3	10
B	0	7	18
C	8	9	14
D	6	5	6

Aufgabe 5 Gegeben sind die Vektoren a und b

$a = \begin{pmatrix} -2 \\ -8 \\ 2 \end{pmatrix}$ $b = \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ \mathbf{p} \end{pmatrix}$

Wie gross muss Parameter p gewählt werden, damit die Vektoren a und zueinander orthogonal sind?

Aufgabe 6 Finde eine Linearkombination der Vektoren p (-2 -3 -8) und q (3 2 3), die den Vektor r (-12 -13 -30) ergibt
Bilden die Vektoren p und q einen Winkel von 90° ?

ERGEBNISSE

A1 AM= $\begin{pmatrix} -7 \\ 9 \\ -8 \end{pmatrix}$ B = (-16 15 -10)
AM = 13.9 AB = 27.9

A2 P = (-2 3 12)

A3 A= $\begin{pmatrix} 0 \\ 20 \\ 9 \end{pmatrix}$ B= $\begin{pmatrix} 14 \\ 18 \\ 6 \end{pmatrix}$ C= $\begin{pmatrix} -4 \\ -28 \\ -12 \end{pmatrix}$

A4 AB 9.17 LE
BC 9.17 LE
CD 9.17 LE
AD 9.17 LE

AC $\begin{pmatrix} 10 \\ 6 \\ 4 \end{pmatrix}$ BD $\begin{pmatrix} 6 \\ -2 \\ -12 \end{pmatrix}$
Skalar AC * BD = 0

AC 12 LE BD 14 LE A = 83.6 FE
Ein Viereck ist eine Raute, wenn:
1. Alle Seiten gleich lang sind.
2. Die Diagonalen sich im rechten Winkel schneiden.
Fläche A = 0,5*e*f, wobei e und f sind Diagonalen

A5 **p = -10**
Probe: a*b= 0

A6 a = **3**
b = **-2**
Skalarprodukt p*q = -36 => NEIN

VIDEO

PROBEKLAUSUR 1 zum Thema Vektoren im Raum **VAR: 4 2**
von Roman Goldstein

Aufgabe 1 Gegeben sind die Punkte A (-4 -2 4) und der Mittelpunkt M (-6 4 -4) der Strecke AB. Bestimme die Koordinaten von A. Wie lange ist die Strecke AB?

Aufgabe 2 Der Vektor v (-2 2 -8) verschiebt den Punkt P auf den Punkt Q
Q (-6 4 2) Geben Sie die Koordinaten von P an.

Aufgabe 3 Gegeben sind die Vektoren a und b.
Berechnen Sie die Linearkombination $a = \begin{pmatrix} 0 \\ -8 \\ -2 \end{pmatrix}$ $b = \begin{pmatrix} -4 \\ 4 \\ 2 \end{pmatrix}$

A. -a + 2b
B. -3a - b
C. 2a - 2b

Aufgabe 4 Gegeben ist ein Viereck ABCD
A. Zeigen Sie, ABCD ist eine Raute
B. Ermitteln Sie die Fläche der Raute

A	-2	4	4
B	-3	9	6
C	2	10	8
D	3	5	6

Aufgabe 5 Gegeben sind die Vektoren a und b

$a = \begin{pmatrix} -4 \\ -8 \\ 2 \end{pmatrix}$ $b = \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \\ \mathbf{p} \end{pmatrix}$

Wie gross muss Parameter p gewählt werden, damit die Vektoren a und b zueinander orthogonal sind?

Aufgabe 6 Finde eine Linearkombination der Vektoren p (-4 -2 -8) und q (2 2 2), die den Vektor r (-10 -6 -18) ergibt
Bilden die Vektoren p und q einen Winkel von 90° ?

ERGEBNISSE

A1 AM= $\begin{pmatrix} -2 \\ 6 \\ -8 \end{pmatrix}$ B = (-8 10 -12)
AM = 10.2 AB = 20.4

A2 P = (-4 2 10)

A3 A= $\begin{pmatrix} -8 \\ 16 \\ 6 \end{pmatrix}$ B= $\begin{pmatrix} 4 \\ 20 \\ 4 \end{pmatrix}$ C= $\begin{pmatrix} 8 \\ -24 \\ -8 \end{pmatrix}$

A4 AB 5.48 LE
BC 5.48 LE
CD 5.48 LE
AD 5.48 LE

AC $\begin{pmatrix} 4 \\ 6 \\ 4 \end{pmatrix}$ BD $\begin{pmatrix} 6 \\ -4 \\ 0 \end{pmatrix}$
Skalar AC * BD = 0

AC 8.2 LE BD 7.2 LE A = 29.7 FE
Ein Viereck ist eine Raute, wenn:
1. Alle Seiten gleich lang sind.
2. Die Diagonalen sich im rechten Winkel schneiden.
Fläche A = 0,5*e*f, wobei e und f sind Diagonalen

A5 **p = -4**
Probe: a*b= 0

A6 a = **2**
b = **-1**
Skalarprodukt p*q = -28 => NEIN

Video

PROBEKLAUSUR 2 zum Thema Vektoren im Raum **VAR: 6 3**

von Roman Goldstein

Aufgabe 1 Im karthesischen Koordinatensystem sind die Punkte
A (4 4 -1) ; B (5 5 -5)
C (6 3 -3) gegeben.

A. Zeigen Sie, dass das Dreieck ABC rechtwinklich ist mit dem Winkel γ = 90°
B. Zeigen Sie, dass das Dreieck gleichschenklich ist
C. Berechnen Sie die Fläche des Dreieckes
D. Ermitteln Sie die Koordinate des Mittelpunktes der Hypothenuse AB

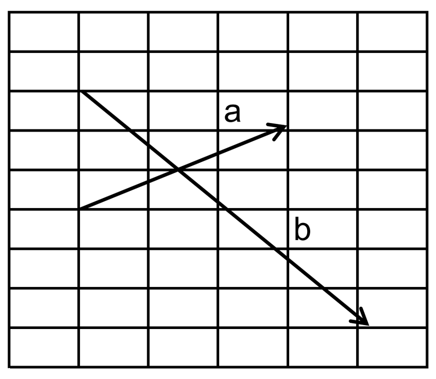
Aufgabe 2 Im karthesischen Koordinatensystem sind die Punkte
A (6 -4 7) B (9 -3 3)
C (3 -2 1)

A. Ermitteln Sie die Koordinate des Punktes D so, dass das Viereck ABCD ein Parallelogram ist
B. In welchem Punkt M schneiden sich die Diagonalen des Parallelograms?
C. Ermitteln Sie die Vektoren AB und BC und deren Skalarprodukt

Aufgabe 3 Der Punkt B (6 -5 3) entsteht durch die Verschiebung des Punktes A mit dem Vektor v. Ermitteln Sie den Punkt A, wenn Vektor v bekannt ist:

$$v = \begin{pmatrix} 5 \\ -5 \\ -3 \end{pmatrix}$$

Aufgabe 4 Gegeben sind die Vektoren a und b



A. Ermitteln Sie die Richtungen der Vektoren a und b
B. Bestimmen Sie Vektor c
c = 2 a - b
C. Bestimmen Sie Vektor d
d = 3 a + 2 b
D. Bilden die Vektoren a und b einen Winkel von 90° ? Messe mit Geodreieck und bestime rechnerisch

Aufgabe 5 Gegeben sind die Vektoren a und b

$$a = \begin{pmatrix} 3 \\ -9 \\ 3 \end{pmatrix} \quad b = \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \\ p \end{pmatrix}$$

Wie gross muss Parameter p gewählt werden, damit die Vektoren a und zueinander orthogonal bzw. parallel sind?

Aufgabe 6 Ein Dreieck hat die Eckpunkte A (1 3 3) ; B (2 -5 1)
C (4 -9 -3)

A. Bestimme die Linearkombination der Vektoren AB und AC, um den Vektor

$$d = \begin{pmatrix} -5.5 \\ 20.0 \\ 11.0 \end{pmatrix}$$ darzustellen.

B. Bestimme **S** als den Schwerpunkt dieses Dreiecks, indem du zeigst, dass:

$$\vec{S} = \frac{1}{3}(\vec{a} + \vec{b} + \vec{c})$$

ERGEBNISSE

A1

AC	BC	AB
-2	-1	1
1	2	1
2	-2	-4

L = 3.0 3.0 4.2 LE

Fläche A = 4.5 FE

M (4.5 4.5 -3)

A2
A: D (0 -3 5)
B: M (4.5 -3 4)

$$BA = \begin{pmatrix} -3 \\ -1 \\ 4 \end{pmatrix} \quad BC = \begin{pmatrix} -6 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}$$

AB * BC = -9

A3 A (1 0 6)

A4
$$a = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix} \quad b = \begin{pmatrix} 4 \\ -6 \end{pmatrix}$$
$$c = \begin{pmatrix} 2 \\ 10 \end{pmatrix} \quad d = \begin{pmatrix} 17 \\ -6 \end{pmatrix}$$

Skalarprodukt a*b = 0 => JA

A5 p = -10 bzw. p = 1
Probe:a*b= 0 k = 3

A6
$$AB \begin{pmatrix} 1 \\ -8 \\ -2 \end{pmatrix} \quad CD \begin{pmatrix} 3 \\ -12 \\ -6 \end{pmatrix}$$

μ = 0.5
λ = -2

$$AB \begin{pmatrix} 1 \\ -8 \\ -2 \end{pmatrix} \quad BC \begin{pmatrix} 2 \\ -4 \\ -4 \end{pmatrix} \quad AC \begin{pmatrix} 3 \\ -12 \\ -6 \end{pmatrix}$$

S= (2 -8 -4)

PROBEKLAUSUR 2 zum Thema Vektoren im Raum **VAR: 8 5**

von Roman Goldstein

Aufgabe 1 Im karthesischen Koordinatensystem sind die Punkte
A (6 6 -1) ; B (7 7 -5)
C (8 5 -3) gegeben.

A. Zeigen Sie, dass das Dreieck ABC rechtwinklich ist mit dem Winkel γ = 90°
B. Zeigen Sie, dass das Dreieck gleichschenklich ist
C. Berechnen Sie die Fläche des Dreieckes
D. Ermitteln Sie die Koordinate des Mittelpunktes der Hypothenuse AB

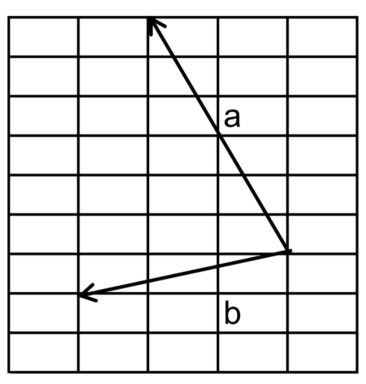
Aufgabe 2 Im karthesischen Koordinatensystem sind die Punkte
A (8 -4 9) B (13 -5 5)
C (5 -2 1)

A. Ermitteln Sie die Koordinate des Punktes D so, dass das Viereck ABCD ein Parallelogram ist
B. In welchem Punkt M schneiden sich die Diagonalen des Parallelograms?
C. Ermitteln Sie die Vektoren AB und BC und deren Skalarprodukt

Aufgabe 3 Der Punkt B (8 -5 3) entsteht durch die Verschiebung des Punktes A mit dem Vektor v. Ermitteln Sie den Punkt A, wenn Vektor v bekannt ist:

$$v = \begin{pmatrix} 7 \\ -5 \\ -3 \end{pmatrix}$$

Aufgabe 4 Gegeben sind die Vektoren a und b



A. Ermitteln Sie die Richtungen der Vektoren a und b
B. Bestimmen Sie Vektor c
c = 2 a - b
C. Bestimmen Sie Vektor d
d = 3 a + 2 b
D. Bilden die Vektoren a und b einen Winkel von 90° ? Messe mit Geodreieck und bestime rechnerisch

Aufgabe 5 Gegeben sind die Vektoren a und b

$$a = \begin{pmatrix} 5 \\ -10 \\ 5 \end{pmatrix} \quad b = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ p \end{pmatrix}$$

Wie gross muss Parameter p gewählt werden, damit die Vektoren a und zueinander orthogonal bzw. parallel sind?

Aufgabe 6 Ein Dreieck hat die Eckpunkte A (3 2 -1) ; B (1 -5 4)
C (6 -10 2)

A. Bestimme die Linearkombination der Vektoren AB und AC, um den Vektor

$$d = \begin{pmatrix} -7 \\ -2 \\ 7 \end{pmatrix}$$ darzustellen.

B. Bestimme **S** als den Schwerpunkt dieses Dreiecks, indem du zeigst, dass:

$$\vec{S} = \frac{1}{3}(\vec{a} + \vec{b} + \vec{c})$$

ERGEBNISSE

A1

AC	BC	AB
-2	-1	1
1	2	1
2	-2	-4

L = 3.0 3.0 4.2 LE

Fläche A = 4.5 FE

M (6.5 6.5 -3)

A2
A: D (10 -3 -3)
B: M (6.5 -3 5)

$$AB = \begin{pmatrix} 5 \\ -1 \\ -4 \end{pmatrix} \quad BC = \begin{pmatrix} -8 \\ 3 \\ -4 \end{pmatrix}$$

AB * BC = -27

A3 A (1 0 6)

A4
$$a = \begin{pmatrix} -2 \\ 6 \end{pmatrix} \quad b = \begin{pmatrix} -3 \\ -1 \end{pmatrix}$$
$$c = \begin{pmatrix} -1 \\ 13 \end{pmatrix} \quad d = \begin{pmatrix} -12 \\ 16 \end{pmatrix}$$

Skalarprodukt a*b = 0 => JA

A5 p = 5 bzw. p = -1
Probe:a*b= 0 k = -5

A6
$$AB \begin{pmatrix} -2 \\ -7 \\ 5 \end{pmatrix} \quad CD \begin{pmatrix} 3 \\ -12 \\ 3 \end{pmatrix}$$

μ = 2
λ = -1

$$AB \begin{pmatrix} -2 \\ -7 \\ 5 \end{pmatrix} \quad BC \begin{pmatrix} 5 \\ -5 \\ -2 \end{pmatrix} \quad AC \begin{pmatrix} 3 \\ -12 \\ 3 \end{pmatrix}$$

S= (2 -8 2)

VIDEO

PROBEKLAUSUR 3 zum Thema Vektoren im Raum **VAR: 5 2**

von Roman Goldstein

Aufgabe 1 Im karthesischen Koordinatensystem sind die Punkte gegeben:

A (0 7 -7) B (5 7 -5)

C (0 9 -11) D (-5 7 -5)

A. Ermitteln Sie vektoriellen Ausdruck aller Seiten des Viereckes ABCD
B. Berechnen Sie die Längen der Seiten
C. Zeigen Sie, es handelt sich hier um ein Drachenviereck
D. Berechnen Sie den Flächeninhalt von ABCD
E. In welchem Punkt M schneiden sich die Diagonalen AC und BD?
F. In welchem Verhältnis teilt der Punkt M die Diagonale AC ?
G. Das Drachenviereck rotiert um seine Symmetrieachse
Es entsteht ein Doppelkegel. Berechnen Sie sein Volumen
H. Überprüfen Sie, ob der Vektor v (-13 4 -13) als Linearkombination der Vektoren AB und BC dargestellt werden kann
I. Der Punkt A wird am Punkt D gespiegelt, so entsteht der neue Punkt A'
Berechnen Sie die Koordinate des Punktes A'

ERGEBNISSE

A.

AB	BC	CD	DA	AC	BD
5	-5	-5	5	0	-10
0	2	-2	0	2	0
2	-6	6	-2	-4	0

B. L = 5.4 8.1 8.1 5.4 LE 4.5 10.0

C. Ein Drachenviereck hat zwei Paare gleich langer benachbarter Seiten.

D. A = 22.4

E. M (0 7 -5)

F. AM = 2.0 CM= 6.32 => 1 : 3.16

G. r = 1/2 BD = 5.0

V1 = 52.4 V2 = 166 => V ges = 218 VE

G.

H. μ = -0.5 λ = 2

I. AD = -5 0 2 A' = D + AD

A' (-10 7 -3)

PROBEKLAUSUR 2 zum Thema Vektoren im Raum **VAR: 4 3**

von Roman Goldstein

Aufgabe 1 Im karthesischen Koordinatensystem sind die Punkte gegeben:

A (0 7 -7) B (4 7 -4)

C (0 9 -10) D (-4 7 -4)

A. Ermittelns Sie vektoriellen Ausdruck aller Seiten des Viereckes ABCD
B. Berechnen Sie die Längen der Seiten
C. Zeigen Sie, es handelt sich hier um ein Drachenviereck
D. Berechnen Sie den Flächeninhalt von ABCD
E. In welchem Punkt M schneiden sich die Diagonalen AC und BD?
F. In welchem Verhältnis teilt der Punkt M die Diagonale AC ?
G. Das Drachenviereck rotiert um seine Symmetrieachse
Es entsteht ein Doppelkegel. Berechnen Sie sein Volumen
H. Überprüfen Sie, ob der Vektor v (-14 6 -20) als Linearkombination der Vektoren AB und BC dargestellt werden kann
I. Der Punkt A wird am Punkt D gespiegelt, so entsteht der neue Punkt A'
Berechnen Sie die Koordinate des Punktes A'

ERGEBNISSE

A.

AB	BC	CD	DA	AC	BD
4	-4	-4	4	0	-8
0	2	-2	0	2	0
3	-6	6	-3	-3	0

B. L = 5.0 7.5 7.5 5.0 LE 3.6 8.0

C. Ein Drachenviereck hat zwei Paare gleich langer benachbarter Seiten.

D. A = 14.4

E. M (0 7 -4)

F. AM = 3.0 CM= 6.32 => 1 : 2.11

G. r = 1/2 BD = 4.0

V1 = 50.3 V2 = 106 => V ges = 156 VE

G.

H. μ = -0.5 λ = 3

I. AD = -4 0 3 A' = D + AD

A' (-8 7 -1)