

Mathematische Erklärungen für die Wasserrutsche

A. Höhe des Rutscheneinstiegs	Setze $x = 0$ in $f(x)$ ein, um die Höhe zu bestimmen: $f(0) = c$. Die Höhe des Einstiegs beträgt daher c .
B. Höhe des Rutschenendes	Setze $x = b$ in $f(x)$ ein und prüfe: $f(b) = b^4 + b^3 + b^2 + c$. Das Ende der Rutsche hat die Höhe 0, wenn $f(b) = 0$ erfüllt ist.
C. Mittlere Steigung	Die mittlere Steigung ergibt sich durch: $m = (f(b) - f(0)) / (b - 0) = -c / b$.
D. Stellen ohne Steigung	Die Ableitung $f'(x)$ gibt die Steigung an. Setze $f'(x) = 0$: $f'(x) = 4x^3 + 3x^2 + 2x$.
E. y-Werte der waagerechten Stellen	Setze die x-Werte aus D in $f(x)$ ein: $y = f(x) = x^4 + x^3 + x^2 + c$.
F. Anstieg am Beginn und Ende	Berechne die Ableitung $f'(x)$ an den Punkten: $f'(0) = 0$ und $f'(b) = 4b^3 + 3b^2 + 2b$.
G. Steigungswinkel zu Beginn	Der Steigungswinkel α zu Beginn ist: $\alpha = \arctan(f'(0)) = 0$ Grad.
H. Steigung am Ende in Prozent	Die Steigung in Prozent am Ende ergibt sich durch: $f'(b) \cdot 100$.
I. Minimaler Anstieg	Berechne $f''(x)$ und setze $f''(x) = 0$: $f''(x) = 12x^2 + 6x + 2$.
J. Anstieg an der minimalen Stelle	Setze die x-Werte aus I in $f'(x)$ ein: $f'(x_{\min})$.
K. Maßstabsgetreue Zeichnung	Zeichne $f(x)$ im Bereich $[0, b]$ und markiere wichtige Punkte.
L. Steigungsverlauf	Zeichne die Ableitungsfunktion $f'(x)$ und markiere alle Steigungen.
M. Symmetrie	Zeige, dass $g(x) = f(x+a) - b$ symmetrisch zum Ursprung ist.
N. Steigung der Wendenormale	Die Steigung der Normalen an den Wendepunkten ist: $m_{\text{Normale}} = -1 / f'(x_{\text{Wende}})$.
O. Schnittpunkte der Wendenormale	Setze $x = 0$ oder $y = 0$ in die Normalengleichung ein.
P. Tangenten parallel zur Wendenormale	Setze die Steigung der Normalen in $f'(x)$: $f'(x) = m_{\text{Normale}}$.
Q. Vergleich der mittleren Änderungsrate mit Wendesteigung	Vergleiche $m_{\text{Extrema}} = (f(x_2) - f(x_1)) / (x_2 - x_1)$ mit $f'(x_{\text{Wende}})$.