

Schwingungen

* **62.** Ein Pendel führt in 2 Minuten 90 Schwingungen aus. Bestimmen Sie die Frequenz der Schwingung in Hz. (Antwort: Die Frequenz des Pendels beträgt 0,75 Hz.)

63. Wie viele Schwingungen führt ein Fadenpendel in 3 Minuten aus, wenn es eine Frequenz von 0,8 Hz besitzt? (144 Schw.)

64. Welche Schwingdauer besitzt ein Pendel mit der Frequenz 1,25 Hz? (0,8s)

65. An einem Fadenpendel hängt eine Masse von 1 kg und schwingt. Geben Sie die Rückstellkräfte bei den folgenden 2 Auslenkwinkeln an:

a) $\alpha = 5^\circ$

b) $\beta = 20^\circ$

(Die rücktreibenden Kräfte betragen 0,85N und 3,36 N.)

66. Ein Körper der Masse 3 kg hängt an einem masselosen Faden. Wie weit muss der Körper aus der Ruhelage ausgelenkt werden (Angabe in Grad), damit die Rückstellkraft gerade 2,0 N beträgt? (Auslenkung 3.9 Grad)

67. Ein Körper der Masse m hängt an einem masselosen Faden. Dieser wird um 12° aus der Ruhelage ausgelenkt. Die Rückstellkraft beträgt dabei genau 1,0 N. Wie groß ist die Masse des Körpers? (Masse 0.49 kg)

68. Ein Körper der Masse 2 kg hängt an einer Feder mit der Federkonstanten $D = 32 \text{ N/m}$ und schwingt. Bestimmen Sie seine Winkelgeschwindigkeit, seine Schwingfrequenz und die dazugehörige Schwingdauer.

(Winkelgeschwindigkeit 4 Hz, Frequenz 0.64 Hz Schwingdauer 1.57 s)

69. Ein Körper der Masse 2 kg hängt an einer Feder mit der Federkonstanten $D = 8 \text{ N/m}$. Seine maximale Auslenkung aus der Ruhelage beträgt 20 cm.

Welchen Abstand zur Ruhelage besitzt die schwingende Masse

a) 1,0 s?

b) 2,0 s?

c) 3,0 s? nach Durchschwingen der Ruhelage?

(Nach 1 s ist der Körper 18,2 cm über dem Umkehrpunkt. Nach 2 s ist er 15,1 cm und nach 3 s 5,6 cm unter dem Umkehrpunkt.)

70. Bestimmen Sie die Schwingdauer eines Fadenpendels mit der Pendellänge $l = 75 \text{ cm}$. (Schwingdauer 1.74 s)

71. Bestimmen Sie die Schwingdauer eines Federpendels mit der Federkonstanten $D = 1 \text{ N/m}$, wenn die schwingende Masse 2 kg beträgt.

(Schwingdauer 0,89 s)

72. Ein Fadenpendel der Länge 40 cm wird um 12 cm ausgelenkt und losgelassen.

a. Bestimmen Sie seinen Abstand zur Ruhelage, seinen Geschwindigkeitsbetrag und seinen Beschleunigungsbetrag 10 Sekunden nach dem Loslassen durch die Ruhelage. (Die Bewegung sei reibungsfrei.)

b) Zeichnen Sie für die Elongation, die Geschwindigkeit und die Beschleunigung für die ersten 2 Sekunden der Schwingung das entsprechende Diagramm.

(Das Pendel ist nach 10 s 9 cm vom Ruhepunkt auf der Startseite entfernt. Dort hat es noch eine Geschwindigkeit von 0,41 m/s. Die Beschleunigung beträgt $-2,17 \text{ m/s}^2$. Das bedeutet, es ist kurz vor dem Umkehrpunkt und bremst ab.)

73. a) Ein Federpendel mit der Federkonstanten $D = 12 \text{ N/m}$ wird um 12 cm ausgelenkt und losgelassen. Eine Masse von 2 kg hängt an der Feder und beginnt zu schwingen. Bestimmen Sie den Abstand der Masse zur Ruhelage, den Geschwindigkeitsbetrag und den Beschleunigungsbetrag 10 s nach dem ersten Durchgang durch die Ruhelage, falls die Schwingung reibungsfrei verläuft.

b) Zeichnen Sie für die Elongation, die Geschwindigkeit und die Beschleunigung für die ersten 2 Sekunden der Schwingung das entsprechende Diagramm.

(Das Pendel ist nach 10 s 9 cm vom Ruhepunkt auf der gleichen Seite entfernt. Dort hat es noch eine Geschwindigkeit von 0,19 m/s. Die Beschleunigung beträgt $-0,56 \text{ m/s}^2$. Das bedeutet, es ist kurz vor dem Umkehrpunkt und bremst ab.)

74. Eine Masse von 400 g hängt an einem Fadenpendel, das um 20 cm ausgelenkt und losgelassen wird. Die Masse schwingt reibungsfrei mit der Frequenz 0,8 Hz. Bestimmen Sie den Abstand zur Ruhelage und die an dieser Stelle auftretende Rückstellkraft 20 s nach dem ersten Durchgang durch die Ruhelage. (Abstand zur Ruhelage y 0 cm Rückstellkraft 0 N)

75. Ein Federpendel (schwingende Masse $m = 1,8 \text{ kg}$) mit der Federkonstanten $D = 18 \text{ N/m}$ schwingt mit der Frequenz 0,8 Hz. Das Pendel besitzt 2 s nach dem ersten Durchgang durch die Ruhelage die Auslenkung $s = -5 \text{ cm}$. Bestimmen Sie die Amplitude A . (Amplitude 8.5 cm)

76. Wie lang müsste das Pendel einer fiktiven Pendeluhr sein, damit die Schwingdauer genau 1,0 Minuten beträgt? (Pendellänge 894.6 m)

77. Eine Pendeluhr besitzt auf der Erde die Schwingdauer 1,8 Sekunden. Wie groß ist die Schwingdauer der Pendeluhr auf dem Mond (Schwerebeschleunigung auf dem Mond: $g = 1,62 \text{ m/s}^2$)?

(Auf dem Mond führt das Pendel eine Schwingung in 4,43 s durch. Das ist die Schwingungsdauer auf der Erde mal der Wurzel aus dem Verhältnis der Schwerebeschleunigungen.)

78. Die Schwingdauer eines Pendels wird auf der Erde genau vermessen. Sie beträgt 1,24 s. Ein Astronaut bringt dieses Pendel auf den Mars (angenommen, es wäre bereits möglich) und misst dort die Schwingdauer zu 2,00 s. Aus diesen beiden Daten bestimmt er die Schwerebeschleunigung auf dem Mars. Wie groß ist diese? (Schwerebeschleunigung auf dem Mars 3.76 m/s^2)

79. An einer ausgesuchten Stelle auf der Erde beträgt die Schwerebeschleunigung g genau $9,81 \text{ m/s}^2$. Dort wurde ein Fadenpendel so eingerichtet, dass seine Schwingdauer 2 Sekunden beträgt. An einem anderen Ort macht es täglich 100 Schwingungen mehr. Wie groß ist g dort? (am anderen Ort 9.86 m/s^2)

80. An einem Federpendel schwingt eine Masse mit der Frequenz $f = 0,8 \text{ Hz}$. Die Masse erreicht beim Durchgang durch die Ruhelage eine maximale Geschwindigkeit von 2 m/s . Wie groß ist die Amplitude A ? (Amplitude 39.8 cm)

81. Ein Körper der Masse 200 g schwingt harmonisch mit der Frequenz $1,5 \text{ Hz}$. Seine maximale Auslenkung A beträgt dabei 15 cm . Wie groß ist die maximal wirkende Kraft F auf den Pendelkörper? (maximale Kraft $F \text{ 2N}$)

99. Prüfung 1998/99

An einem 20 m langen Kranseil hängt ein Betonteil der Masse $1,0 \text{ t}$. Auf Grund einer Unachtsamkeit des Kranführers beginnt das Seil mit der maximalen Auslenkung von $5,0^\circ$ zu schwingen.

a) Berechnen Sie die maximale Geschwindigkeit, die das Betonteil im Verlauf der ersten Periode erreicht.

b) Berechnen Sie die Periodendauer und stellen Sie die horizontale Auslenkung in Abhängigkeit von der Zeit grafisch dar.

Geben Sie mindestens zwei Gültigkeitsbedingungen für Ihre verwendeten Gleichungen an.

c) Begründen Sie, dass die Kraft, die das Seil belastet, beim Durchschwingen der Gleichgewichtslage am größten ist. Berechnen Sie den Betrag dieser Kraft.

((a) Die maximale Geschwindigkeit erreicht das Betonteil beim Zurückschwingen im Ruhepunkt. Diese Geschwindigkeit beträgt $1,22 \text{ m/s}$. c) Die Kraft in der Gleichgewichtslage beträgt $9,9 \text{ kN}$.)

194. Wie groß ist die Elongation einer Sinusschwingung, wenn die Amplitude 12 cm und die Frequenz 15 Hz beträgt, a) $0,01 \text{ s}$, b) $0,02 \text{ s}$ und c) $0,03 \text{ s}$ nach dem Nulldurchgang? ($0,01 \text{ s } 9,71 \text{ cm}$ $0,02 \text{ s } 11,4 \text{ cm}$ $0,03 \text{ s } 3,71 \text{ cm}$)

195. Wie viel Sekunden nach dem Nulldurchgang erreicht die Elongation einer Sinusschwingung von $y_{\text{max}} = 2 \text{ cm}$ und $f = 50 \text{ Hz}$ die Werte a) 1 mm , b) 5 mm und c) 15 mm ? ($1 \text{ mm } 0,16 \text{ ms}$ $5 \text{ mm } 0,804 \text{ ms}$ $15 \text{ mm } 2,7 \text{ ms}$)

196. Zwei Pendel verschiedener Länge, deren Periodendauer sich wie 19:20 verhalten, beginnen ihre Schwingungen gleichzeitig aus der Ruhelage. Nach 15 s hat das erste Pendel 3 Schwingungen mehr ausgeführt als das zweite. Welche Frequenzen und Periodendauern haben die Pendel?

(Freq. 1 4 Hz Schwingungsd. 1 0,25 s Frequenz 2 3,8 Hz Schwingungsd. 2 0,26 s)

197. Die Elongation einer Sinusschwingung erreicht $1/20$ s nach dem Nulldurchgang $1/4$ ihres Scheitelwertes. Wie groß ist die Frequenz?

(Frequenz 0,8 Hz)

198. Die Elongation einer Sinusschwingung von 15 s Dauer und 10 cm Amplitude verdoppelt sich innerhalb von 1 s. Wie groß sind diese Elongationen? (es gilt: $\sin(\alpha + \beta) = \sin\alpha \cdot \cos\beta + \cos\alpha \cdot \sin\beta$)

(Elong-1 3,5 cm Elong-2 7 cm)

199. Wie viel Zeit verstreicht, bis die Elongation einer Sinusschwingung von $f = 54$ Hz und der Amplitude 8 cm von 3 cm auf 7 cm anwächst? ($t = 2,01$ ms)

200. Die Elongationen einer Sinusschwingung von 10 cm Amplitude durchlaufen im Abstand 0,001 s nacheinander die Werte 2 cm und 8 cm. Wie groß sind Frequenz und Periodendauer? (Frequenz 116 Hz Periode 8,6 ms)

201. Die Elongation einer Sinusschwingung von $y_{\max} = 6$ cm erreicht in der 1. Halbperiode im zeitlichen Abstand von 0,001 s zweimal den Wert $y = 3$ cm. Wie groß ist die Frequenz? (Frequenz 333 Hz)

202. Eine Feder hat die Federkonstante $D = 30$ N/m. Wie groß ist die Masse eines dranhängenden Massestückes, das Schwingungen der Amplitude 5 cm ausführt und mit der Geschwindigkeit 80 cm/s durch die Ruhelage geht?

(Masse 0,117 kg)

203. Die Karosserie ($m = 800$ kg) eines Lastkraftwagens senkt sich bei einer Zuladung von 1,8 t um 6 cm.

A) Welche Periodendauer ergibt sich daraus?

B) Welche Periodendauer hat die leere Karosse?

C) Bei welcher Zuladung ergibt sich die doppelte Periodendauer gegenüber b)? (Periode 0,59 s Periode 0,33 s)

204. Ein im Wasser schwimmender Holzquader von der Höhe h und der Dichte ρ_K wird bis zur Oberkante ins Wasser gedrückt und losgelassen. Er führt nun eine auf- und niederschwingende Bewegung aus. Welcher Ausdruck ergibt sich für die Periodendauer?

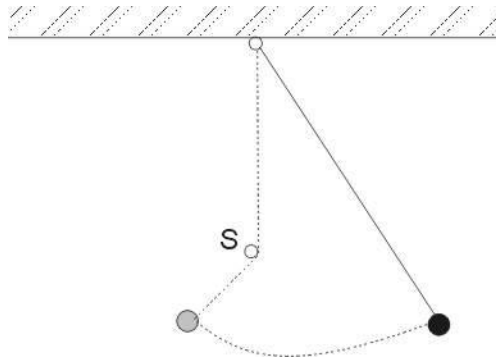
(Antwort: $T = 2\pi \sqrt{\frac{\rho_K \cdot h}{\rho_W \cdot g}}$)

205. Eine Uhr geht im Verlauf von 12 Stunden 30 Minuten nach. Wie lang muss das ursprünglich 50 cm lange (mathematisch angenommene) Pendel gemacht werden, damit die Uhr richtig geht? (Länge 0,459 m)

206. 30 cm unter dem Aufhängpunkt eines 50 cm langen Fadenpendels befindet sich ein fester Stift S, an den sich der Faden während des Schwingens vorübergehend anlegt. Wie viel Schwingungen führt das Pendel in einer Minute aus?

(Das Pendel schwingt 51,8 mal

in der Minute.)



255. Beschreiben Sie die Energieumwandlungen, die bei einem mechanischen Federschwinger stattfinden.

(Energie der gespannten Feder $\leftrightarrow$ kinetische Energie des Schwingers + Wärmeenergie)

256. Das Pendel einer Wanduhr macht in 2 Minuten 150 Schwingungen. Wie lang ist dieses Pendel. Wie viel Schwingungen macht das Pendel an einem Tag, wie viel in einem Jahr?

(Länge 0,159 m pro Tag 108 000 pro Jahr $39,42 \cdot 10^6$)

257. Ein Körper vollführt eine harmonische Schwingung mit der Amplitude $y = 14$ cm und der Frequenz $f = 0,625$ Hz.

Stellen Sie die Werte der Elongation für 10 beliebige Zeiten einer Periode in einer Tabelle zusammen.

Zeichnen Sie mit diesen Werten ein y - t -Diagramm für eine Periode.

* *

341. Ein Auto besitzt eine Eigenfrequenz von 1,2 Hz. Die Fahrbahn hat im Abstand von 15 m tiefe Querfugen (alte Autobahnabschnitte). Berechnen Sie, bei welcher Geschwindigkeit die Stoßdämpfer des Autos besonders beansprucht werden. Wie nennt man diese Erscheinung?

* *

* **377.** Ein Körper der Masse 2,5 kg hängt an einem 1,4 m langen Faden.

a) Berechnen Sie die Periodendauer für einen Ort, an dem die Erdbeschleunigung $9,81 \text{ ms}^{-2}$ beträgt.

b) An einem anderen Ort misst man mit demselben Pendel die Schwingungsdauer 2,4 s. Wie groß ist dort die Erdbeschleunigung?

* *

* **378.** a) Bestimmen Sie die Frequenz, mit der eine Feder schwingt, an der ein 2 kg schwerer Körper hängt und die eine Federkonstante von $198,2 \text{ Nm}^{-1}$ hat.

b) Die Amplitude der Schwingung beträgt 10 cm. Zeichnen Sie für zwei Perioden das y-t-Diagramm!

c) Zur Zeit $t_0 = 0$ befindet sich der Körper am Ort der Gleichgewichtslage. Zu welchen Zeiten befindet er sich während der zwei Perioden an den Umkehrpunkten?

* *

379. Wie ändert sich die Schwingungsdauer eines Federschwingers, wenn die Masse des schwingenden Körpers verdoppelt wird?

* *

388. Weshalb kann eine im Wasser schwimmende Holzkugel keine harmonischen Schwingungen ausführen?

* *

* 389. Um wie viel Prozent verkürzt sich die Periodendauer eine Fadenpendels, wenn es um $\frac{1}{4}$ seiner Länge gekürzt wird?

* *

456. Eine Schaukel, die aus einem an zwei dünnen Seilen aufgehängten dicken Brett besteht, hat eine bestimmte Schwingungsdauer T. Wie ändert sich diese Schwingungsdauer, wenn ein Mensch auf der Schaukel sitzt und schaukelt?

- Die Schwingungsdauer wird größer.
- Die Schwingungsdauer ändert sich nicht.
- Die Schwingungsdauer wird kleiner.

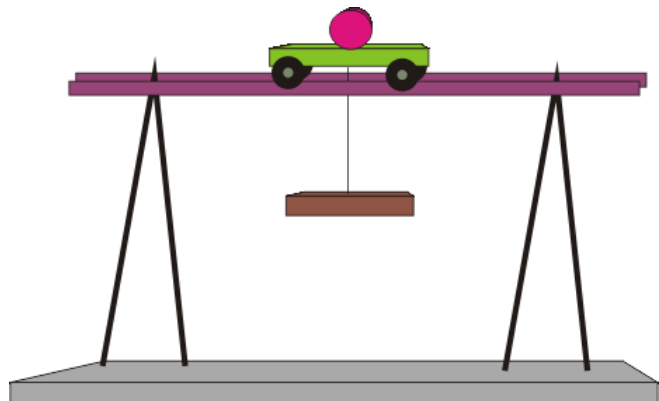
* *

* 521.

Zur Be- und Entladung von Schiffen werden so genannte Laufkatzen eingesetzt, bei denen an einem langen Seil eine Last hängt. Die Laufkatze bewegt sich zunächst in horizontaler Richtung mit der konstanten Geschwindigkeit 1,00 m/s. Dabei hängt die Last senkrecht unter der Laufkatze. Die Last hat die Masse 25,0 t. Die Seillänge beträgt 12 m.

Die Laufkatze wird nun abrupt zum Stehen gebracht und in ihrer Position festgehalten.

- Begründen Sie, warum die Last jetzt Schwingungen ausführt.
- Zeigen Sie mithilfe einer Energiebetrachtung, dass der maximale Auslenkwinkel $5,4^\circ$ beträgt.
- Begründen sie, dass die Schwingung näherungsweise harmonisch ist.



d) Berechnen Sie die Periodendauer und Amplitude dieser Schwingung.

e) Wie groß ist die Kraft, mit der das Seil währen der Schwingung maximal belastet wird.

* * * *

568.

Von 2 Pendeln macht das eine 120 Schwingungen pro Minute und das andere 150 Schwingungen. In welchem Verhältnis stehen die Längen der Pendel?

* *

569.

In einer Kirche hängt von der Decke an einer langen Schnur eine Öllampe, die vollständig mit Öl gefüllt ist. Die Lampe schaukelt so im Wind, dass sie für eine 10 Hin- und Herbewegung 1,5 Minuten benötigt. Im Laufe der Woche verbrennt das Öl vollständig.

Wie lang ist die Schnur, an der die Lampe hängt.

Wie ändert sich die Zeit für die 10 Schwingungen im Laufe der Woche?

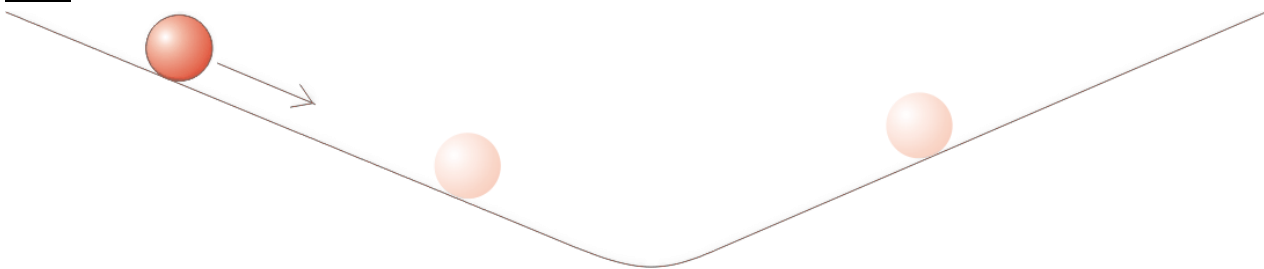
* *

570.

Auf einem Spielplatz stehen sich zwei Schaukeln so gegenüber, dass sich die schaukelnden Kinder (oder Jugendliche) gerade so mit den Füßen berühren können, wenn sie beide gleichzeitig in die Mitte hin schaukeln. Nach einer solchen Berührung stellt man fest, dass bei der nächsten Schwingung das eine Kind eher in der Mitte ist als das andere. Nach genau 15 Schwingung hat das Kind, was schneller schaukelt, soweit aufgeholt, dass sich die Füße wieder berühren. Das andere Kind hat in dieser Zeit insgesamt 14 Schwingungen gemacht.

Gib an, wie lang die beiden Schaukeln sein könnten.

587.



Eine Kugel rollt auf einer geneigten Ebene hinunter, durch eine flache Mulde hindurch und auf der anderen Seite die Ebene wieder hinauf. Die beiden Ebenen sind unter dem gleichen Winkel gegen die Horizontale geneigt.

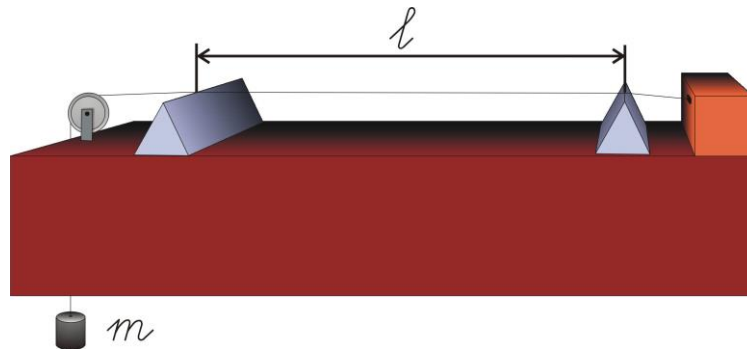
Entscheiden Sie, ob diese Bewegung eine harmonische Schwingung ist. Begründen Sie die Entscheidung.

595. Eine Feder wird vertikal befestigt, mit einer Masse beschwert und vertikal ausgelenkt. Nun wird die Schwingungsdauer bestimmt.

Der gleiche Versuch (gleiche Feder, gleiche Masse) wird auf dem Mond durchgeführt. Wie ändert sich die Schwingungsdauer?

- a) Gar nicht, da in der Gleichung für die Schwingungsdauer einer Feder der Ort des Versuches keinen Einfluß hat.
- b) Sie wird größer, da bei der Bestimmung der Federkonstante die Gewichtskraft Einfluß hat. Diese nimmt auf dem Mond ab und damit wird die Federkonstante größer
- c) Die Schwingungsdauer kann größer oder kleiner werden. Das hängt von der Auslenkung zu Beginn des Versuchs ab.

* 620.



Eine Stahlsaite mit einem Durchmesser von 0,4 mm liegt auf zwei Prismen auf, die einen Abstand von 40 cm zueinander haben. Mit welcher Masse m muss die Seite gespannt werden, damit sie beim Anzupfen einen Ton mit 440 Hz erzeugt? (Das ganze spielt sich auf der Erde bei einer Fallbeschleunigung von $9,81 \text{ m/s}^2$ ab und Stahl hat eine Dichte von $7,8 \text{ g/cm}^3$).

* 630. Eine Pendeluhr geht an einem Tag genau eine Minute nach. Wie muss der in genau 50,00 cm Abstand vom Drehpunkt des Pendels gelegene Massenmittelpunkt verändert werden?

* * * *

* 644. Ein Pendel hat eine T von 2,15s , wenn ich die Pendellänge um 80 cm verlängere beträgt $T = 2,8 \text{ s}$

Wie groß ist die Fallbeschleunigung an diesem Ort ?

* * * *

* 646. Hängt man zusätzlich an das Massenstück eines Federpendels der Federkonstanten $D=10\text{N/m}$ einen Körper der Masse 50g, erhöht sich die Schwingungsdauer um 0,22s. Wie groß ist die ursprüngliche Masse?

* * * * *

* 649. Auf einem Spielplatz steht eine Schaukel, die in 20,0 s genau 5 ganze Schwingungen macht.

a) Wie lang ist die Aufhängung der Schaukel? (3)

Eine zweite, danebenstehende Schaukel ist 2,24 m lang. Auf beiden Spielgeräten beginnen zwei Kinder gleichzeitig zu schaukeln.

b) Welches Kind braucht für eine Schwingung weniger Zeit? (1)

c) Nach wie viel Sekunden schwingen beide Kinder wieder gleich? (2)

* * *

650. Eine Gitarrensaite erzeugt eine gedämpfte Schwingung, ein Keyboard kann eine ungedämpfte Schwingung im gleichen Ton erzeugen. Vergleiche die beiden Schwingungen miteinander. (3)

* *

651. Erst nach mehrmaligen geschickten Ziehen an einem Seil kann ein Glöckner die schwere Glocke in einem Kirchturm zum Klingen bringen.

a) Begründe, warum ein einmaliges Ziehen nicht reicht. (1)

b) In welchem Rhythmus muss der Glöckner ziehen, damit er mögliches schnell die Glocke zum Klingen bringt? (1)

c) Erkläre dieses Vorgehen. (2)

* *

655. Die Stimmen von Sängern werden in vier Kategorien eingeteilt: Tenor, Bass, Sopran und Alt. Die Einteilung erfolgt nach den Frequenzbereichen, den diese Stimmlagen abdecken:

85-320 Hz, 170-640 Hz, 130-430 Hz und 250-1100 Hz.

Die Zuordnung erfolgt nach der jeweiligen Stimmbandlänge der Sängerin und Sänger:

14-17mm, 18-19 mm, 17-20 mm, 24-25 mm. Ordne den Stimmlagen jeweils die richtigen Frequenzbereiche und Stimmbandlängen zu.

* *

656. Das menschliche Ohr kann zwei aufeinanderfolgende Töne gerade noch getrennt wahrnehmen, wenn die Pause zwischen beiden größer als 0,1 s ist.

a) Berechne die Mindestentfernung, so dass man gerade ein Echo hören kann.

b) Wäre der Mindestabstand im Winter oder im Sommer größer? Begründe.

c) Wie müsste die Fläche beschaffen sein, an der der Schall zurückgeworfen wird?

* *

657. Eine schwere Drehmaschine der Masse 8,5 t steht auf einem Betonfundament, das durch die Gewichtskraft um 2,5 mm durchgebogen wird.

a) Berechne die Federkonstante des Fundaments, wenn es als zusammengedrückte Feder angesehen wird.

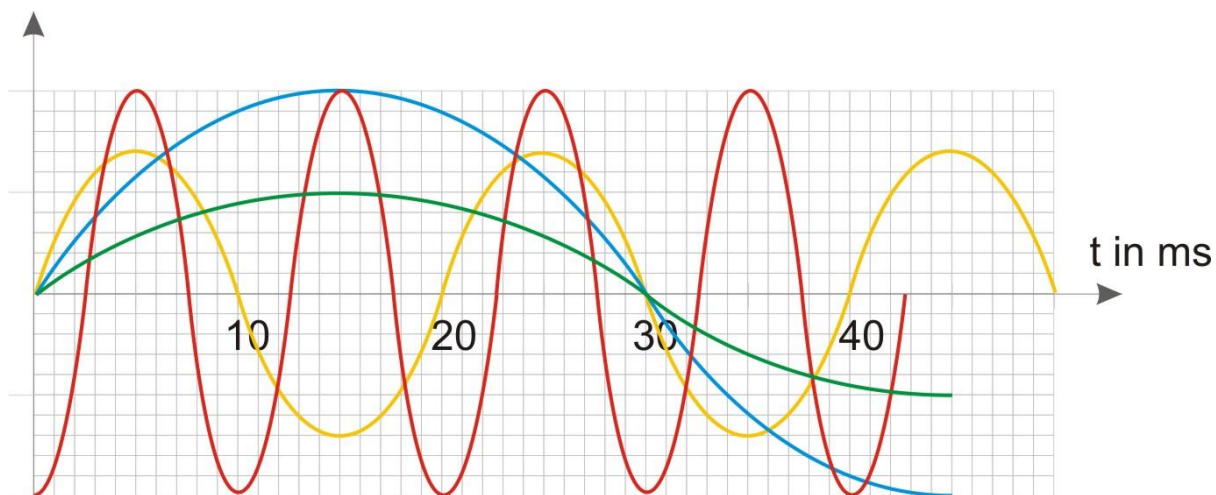
b) Berechne die Eigenfrequenz des Fundaments unter Einwirkung der Drehmaschine.

c) Begründe, warum es wichtig ist, diese Eigenfrequenz zu kennen.

* *

658.

Mit einem Mikrofon wurden Töne aufgenommen und am Oszilloskop dargestellt. In der Grafik siehst du die Bilder der vier Töne.



- Ordne die dargestellten Töne entsprechend ihrer Lautstärke. Beginne mit dem leisesten Ton und begründe deine Entscheidung.
- Ordne die Töne nach ihrer Tonhöhe. Beginne mit dem tiefsten Ton und begründe deine Entscheidung.
- Ermittle für jeden Ton jeweils die Periodendauer und die Frequenz.

LÖSUNGEN

62.

geg.: $t = 2 \text{ min}$
 $n = 90$

ges.: f

Lösung: Die Frequenz gibt an, wieviel Schwingungen in einer Sekunde durchgeführt werden. 1 Hz bedeutet eine Schwingung in einer Sekunde, 0,5 Hz eine halbe Schwingung je Sekunde, das Pendel würde also 2 Sekunden für eine Schwingung benötigen. Dieses Pendel macht in 120 Sekunden 90 Schwingungen, das sind in einer Sekunde

$$\frac{90}{120} = 0,75$$

Schwingungen.

Antwort: Die Frequenz des Pendels beträgt 0,75 Hz.

63. Schwingungszahl = Frequenz * Zeit

Anzahl der 144
Schwingungen

64. Schwingungsdauer = $1/\text{Frequenz}$

Schwingungsdauer 0,8 s

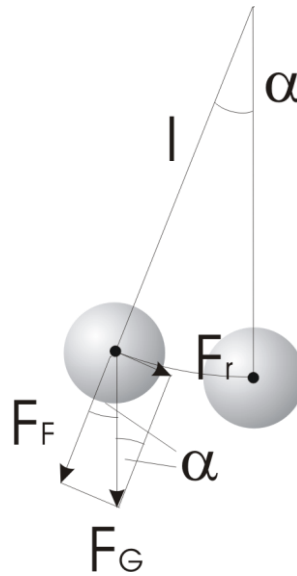
65.

geg.: $m = 1 \text{ kg}$
 $\alpha = 5^\circ$
 $\beta = 20^\circ$

ges.: F_r

Lösung: Eine Schwingung kann nur dann stattfinden, wenn es eine Kraft gibt, die den Körper zum Ruhezpunkt zurückbringen will. Beim Pendel ist das eine Teil der Gewichtskraft, je größer der Auslenkwinkel, um so größer ist auch die rücktreibende Kraft. Befindet sich das Pendel genau im Ruhezpunkt, also unten, ist die rücktreibende Kraft Null.

Die gesuchte Kraft ergibt sich aus einem Kräfteparallelogramm. Die Diagonale des Rechtecks entspricht der Gewichtskraft F_G . Sie teilt sich auf in eine rücktreibende Kraft F_r und die Kraft, die der Faden spürt (Fadenkraft F_F). Der Auslenkwinkel Alpha taucht zweimal in diesem Rechteck auf. Damit ergibt sich folgender Zusammenhang:



$$\sin \alpha = \frac{F_r}{F_G}$$

$$F_r = \sin \alpha \cdot F_G$$

$$F_r = \sin 5^\circ \cdot 1 \text{ kg} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$F_r = 0,85 \text{ N}$$

Für einen Auslenkwinkel von 20° ergibt sich eine rücktreibende Kraft von 3,36 N

Antwort: Die rücktreibenden Kräfte betragen 0,85N und 3,36 N.

66. Lösung wie 65.

Auslenkung 3.9

Grad

67. Lösung wie 65.

Masse 0.49 kg

68. Schwingungsdauer = $2\pi \cdot \sqrt{m/D}$; D = Federkonstante

Frequenz = $1/\text{Schwingungsdauer}$

Winkelgeschwindigkeit = $2\pi/\text{Schwingungsdauer}$

Winkelgeschwindigkeit 4 1/s

Frequenz 0.64 Hz

Schwingdauer 1.57 s

69.

geg.: $m = 2 \text{ kg}$ ges.: y_1, y_2, y_3
 $D = 8 \frac{\text{N}}{\text{m}}$
 $\hat{y} = 20 \text{ cm}$
 $t_1 = 1 \text{ s}$
 $t_2 = 2 \text{ s}$
 $t_3 = 3 \text{ s}$

Lösung: Die Elongationen berechnen sich nach der Gleichung für die harmonische Schwingung:

$$y = \hat{y} \cdot \sin(\omega \cdot t)$$

Die Kreisfrequenz kann extra berechnet werden:

$$\omega = \frac{2 \cdot \pi}{T}$$

$$\omega = \frac{2 \cdot \pi}{2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{m}{D}}}$$

$$\omega = \frac{2 \cdot \pi}{2 \cdot \pi \cdot \sqrt{0,25 \text{ s}^2}}$$

$$\omega = \frac{2 \cdot \pi}{2 \cdot \pi \cdot 0,5 \text{ s}}$$

$$\omega = 2 \text{ s}^{-1}$$

Damit wird:

$$y = \hat{y} \cdot \sin(\omega \cdot t)$$

$$y_1 = 20 \text{ cm} \cdot \sin(2 \text{ s}^{-1} \cdot 1 \text{ s})$$

$$y_1 = 18,2 \text{ cm}$$

$$y_2 = -15,14 \text{ cm}$$

$$y_3 = -5,6 \text{ cm}$$

Das negative Vorzeichen vor den letzten beiden Ergebnissen macht eine Aussage über die Seite bezüglich des Umkehrpunktes.

Antwort: Nach 1 s ist der Körper 18,2 cm über dem Umkehrpunkt. Nach 2 s ist er 15,1 cm und nach 3 s 5,6 cm unter dem Umkehrpunkt.

70. $T = 2\pi \sqrt{l/g}$

Schwingdauer 1,74 s

71. $T = 2\pi \sqrt{m/D}$

Schwingdauer 0,89 s

72. a) Das Pendel ist nach 10 s 9 cm vom Ruhepunkt auf der gleichen Seite entfernt. Dort hat es noch eine Geschwindigkeit von 0,39 m/s. Die Beschleunigung beträgt -0,45 m/s². Das bedeutet, es ist kurz vor dem Umkehrpunkt und bremst ab.

b) Diagramm

geg.: $l = 0,4 \text{ m}$
 $\hat{y} = 0,12 \text{ m}$
 $t = 10 \text{ s}$

ges.: y, v, a

Lösung: Zuerst muss die Schwingungsdauer berechnet werden:

$$T = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{l}{g}}$$

$$T = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{0,4 \text{ m}}{9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}}$$

$$T = 1,269 \text{ s}$$

Wenn das Pendel bei einem Abstand von 12 cm von der Ruhelage losgelassen wird, erreicht es nach $1,269 \text{ s} / 4 = 0,3171 \text{ s}$ die Ruhelage. In der Schwingungsgleichung muss diese Zeit berücksichtigt werden und zu den 10 s hinzugezählt werden.

Auf der anderen Seite haben die Elogationen dann negative Werte.

Damit lässt sich über die Gleichung der harmonischen Schwingung die Elongation berechnen. (Hinweis: Taschenrechner in den Modus Radiant umschalten)

$$y = \hat{y} \cdot \sin(\omega \cdot t)$$

$$y = \hat{y} \cdot \sin\left(\frac{2 \cdot \pi}{T} \cdot t + \frac{T}{4}\right)$$

$$y = 0,12 \text{ m} \cdot \sin\left(\frac{2 \cdot \pi}{1,269 \text{ s}} \cdot (10 \text{ s} + 0,3171 \text{ s})\right)$$

$$y = 0,088 \text{ m}$$

$$y = 8,8 \text{ cm}$$

Die Geschwindigkeit ist die erste Ableitung des Weges (y) nach der Zeit:

$$v = \frac{dy}{dt}$$

$$v = \hat{y} \cdot \omega \cdot \cos(\omega \cdot t)$$

$$v = \hat{y} \cdot \frac{2 \cdot \pi}{T} \cdot \cos\left(\frac{2 \cdot \pi}{1,269 \text{ s}} \cdot (10 \text{ s} + 0,3171 \text{ s})\right)$$

$$v = 0,406 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Die Beschleunigung ist die erste Ableitung der Geschwindigkeit nach der Zeit:

$$a = \frac{dv}{dt}$$

$$a = -\hat{y} \cdot \omega^2 \cdot \sin(\omega \cdot t)$$

$$a = -\hat{y} \cdot \frac{4 \cdot \pi^2}{T^2} \cdot \sin\left(\frac{2 \cdot \pi}{T} \cdot \left(t + \frac{T}{4}\right)\right)$$

$$a = -2,17 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Antwort: Das Pendel ist nach 10 s 9 cm vom Ruhepunkt auf der Startseite entfernt. Dort hat es noch eine Geschwindigkeit von 0,41 m/s. Die Beschleunigung beträgt -2,17 m/s². Das bedeutet, es ist kurz vor dem Umkehrpunkt und bremst ab.

73.

geg.: $m = 2 \text{ kg}$ ges.: y, v, a
 $D = 12 \frac{\text{N}}{\text{m}}$
 $\hat{y} = 0,12 \text{ m}$
 $t = 10 \text{ s}$

Lösung: Zuerst muss die Schwingungsdauer berechnet werden:

$$T = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{m}{D}}$$

$$T = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{2 \text{ kg}}{12 \frac{\text{N}}{\text{m}}}}$$

$$T = 2,57 \text{ s}$$

Wenn das Pendel bei einem Abstand von 12 cm von der Ruhelage losgelassen wird, erreicht es nach $2,57 \text{ s} / 4 = 0,6425 \text{ s}$ die Ruhelage. In der Schwingungsgleichung muss diese Zeit berücksichtigt werden und zu den 10 s dazugezählt werden.

Auf der anderen Seite haben die Elogationen dann negative Werte.

Damit lässt sich über die Gleichung der harmonischen Schwingung die Elongation berechnen:

$$y = \hat{y} \cdot \sin(\omega \cdot t)$$

$$y = \hat{y} \cdot \sin\left(\frac{2 \cdot \pi}{T} \cdot t + \frac{T}{4}\right)$$

$$y = 0,12 \text{ m} \cdot \sin\left(\frac{2 \cdot \pi}{2,57 \text{ s}} \cdot (10 \text{ s} + 0,6425 \text{ s})\right)$$

$$y = 0,09 \text{ m}$$

$$y = 9 \text{ cm}$$

Die Geschwindigkeit ist die erste Ableitung des Weges (y) nach der Zeit:

$$v = \frac{dy}{dt}$$

$$v = \hat{y} \cdot \omega \cdot \cos(\omega \cdot t)$$

$$v = 0,12 \text{ m} \cdot \frac{2 \cdot \pi}{2,57 \text{ s}} \cdot \cos\left(\frac{2 \cdot \pi}{2,57 \text{ s}} \cdot (10 \text{ s} + 0,6425 \text{ s})\right)$$

$$v = 0,19 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Die Beschleunigung ist die erste Ableitung der Geschwindigkeit nach der Zeit:

$$a = \frac{dv}{dt}$$

$$a = -\hat{y} \cdot \omega^2 \cdot \sin(\omega \cdot t)$$

$$a = 0,12 \text{ m} \cdot \left(\frac{2 \cdot \pi}{2,57 \text{ s}} \right)^2 \cdot \sin \left(\frac{2 \cdot \pi}{2,57 \text{ s}} \cdot (10 \text{ s} + 0,6425 \text{ s}) \right)$$

$$a = -0,56 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Antwort: Das Pendel ist nach 10 s 9 cm vom Ruhepunkt auf der gleichen Seite entfernt. Dort hat es noch eine Geschwindigkeit von 0,19 m/s. Die Beschleunigung beträgt -0,56 m/s². Das bedeutet, es ist kurz vor dem Umkehrpunkt und bremst ab.

74. mit $y = y_{\max} \cdot \sin \omega \cdot t$ erhält man

Abstand zur Ruhelage 0 cm

y

Rückstellkraft 0 N

75. $T = 1/f$

Schwingungsdauer 1,25 s

mit $y = y_{\max} \cdot \sin \omega \cdot t$ und $\omega = 1/\ddot{O} \text{ (m/D)}$ wird $y_{\max}$ berechnet

Amplitude 8.5 cm

76. $T = 2\pi \ddot{O} (l/g)$

Pendellänge 894.6
m

77.

geg.:	$t_M = 1,8 \text{ s}$	ges.:	T_M
	$g_E = 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$		
	$g_M = 1,62 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$		

Lösung: Sowohl auf der Erde als auch auf dem Mond ist die Länge des Pendels gleich. Man stellt die Schwingungsgleichung nach der Länge um, setzt sie für Mond und Erde gleich und kann die gesuchte Größe berechnen.

$$T = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{l}{g}}$$

$$T^2 = 4 \cdot \pi^2 \cdot \frac{l}{g}$$

$$l = \frac{T^2 \cdot g}{4 \cdot \pi^2}$$

Gleichsetzen:

$$l_E = l_M$$

$$\frac{T_E^2 \cdot g_E}{4 \cdot \pi^2} = \frac{T_M^2 \cdot g_M}{4 \cdot \pi^2}$$

$$T_E^2 \cdot g_E = T_M^2 \cdot g_M$$

$$T_M = \sqrt{\frac{T_E^2 \cdot g_E}{g_M}}$$

$$T_M = T_E \cdot \sqrt{\frac{g_E}{g_M}}$$

$$T_M = 4,43 \text{ s}$$

Antwort: Auf dem Mond führt das Pendel eine Schwingung in 4,43 s durch. Das ist die Schwingungsdauer auf der Erde mal der Wurzel aus dem Verhältnis der Schwerebeschleunigungen.

78. Lösungsweg wie bei Aufgabe 77

Schwerebeschleunigung 3.76 m/s²
auf dem Mars

79. Lösungsweg wie bei Aufgabe 77

am anderen Ort 9.86
m/s²

80. mit der Geschwindigkeitsformel $v = dy/dt = y_{\max} \cdot \omega \cdot \cos \omega \cdot t$ erhält man
Amplitude 39.8 cm

81. $F = m \cdot a$, $a = -y_{\max} \cdot \omega^2 \cdot \sin(\omega \cdot t)$

Beschleunigung 13,3 m/s⁻²

maximale Kraft 2N

F

99.

geg.: $l = 20 \text{ m}$ ges.: a) v
 $m = 1 \cdot 10^3 \text{ kg}$
 $\alpha = 5^\circ$

Lösung: 1. Wie hoch wird das Betonteil gehoben?
Aus der Skizze kann man ablesen:

$$\cos \alpha = \frac{x}{l}$$

$$x = \cos \alpha \cdot l$$

$$x = 19,92 \text{ m}$$

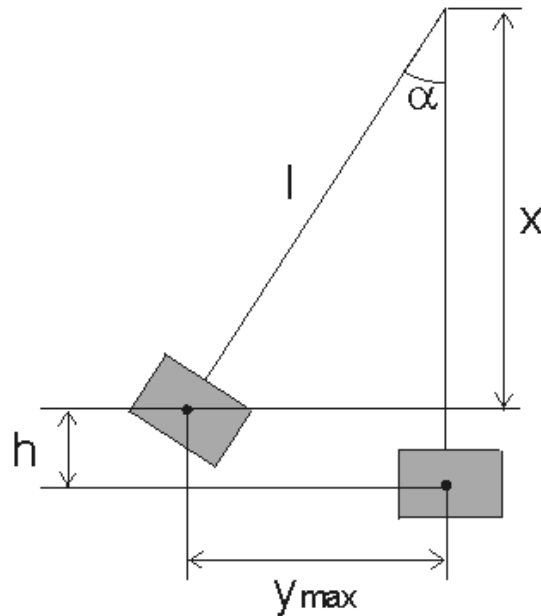
Damit wird das Betonteil 0,076 m angehoben und besitzt gegenüber der Ruhelage potenzielle Energie. Diese wird beim Zurückschwingen in kinetische Energie umgewandelt.

$$E_{\text{pot}} = E_{\text{kin}}$$

$$m \cdot g \cdot h = \frac{m}{2} \cdot v^2$$

$$v = \sqrt{2 \cdot g \cdot h}$$

$$v = 1,22 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$



b) Schwingungsdauer:

$$T = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{l}{g}}$$

$$T = 8,97 \text{ s}$$

Die grafische Darstellung erfolgt nach der Gleichung

$$y = y_{\text{max}} \cdot \sin(\omega \cdot t)$$

Dabei berechnet sich die Amplitude entsprechend der Skizze nach

$$\sin \alpha = \frac{y_{\text{max}}}{l}$$

$$y_{\text{max}} = \sin \alpha \cdot l$$

$$y_{\text{max}} = 1,7 \text{ m}$$

Die grafische Darstellung ist eine Sinuskurve mit der Amplitude 1,7 m und den Nulldurchgängen 0s; 4,49s und 8,97s.

Gültigkeitsbedingungen:

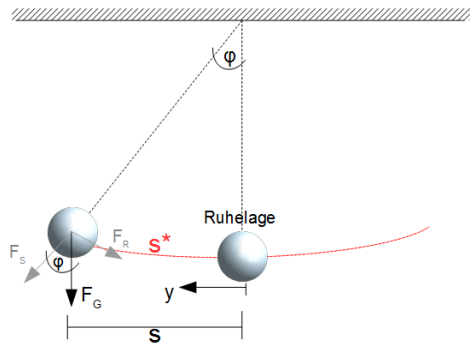
Reibungsfrei, das Betonteil wird als Massepunkt betrachtet, die Gleichungen gelten nur für kleine Amplituden.

c) Auf das Seil wirken zwei Kräfte: Die Radialkraft und die Normalkraft.

Radialkraft (hält das Betonteil auf der

Kreissegmentbahn):

$$F_R = \frac{m \cdot v^2}{r}$$



Normalkraft (Seilkraft F_s) (entsteht durch die Anziehungskraft der Erde und wirkt in Richtung des Seiles - Seilkraft) :

$$F_N = m \cdot g \cdot \cos \alpha$$

In der Gleichgewichtslage ist die Geschwindigkeit am größten -> die Radialkraft ist am größten.

In der Gleichgewichtslage ist der Winkel 0° , damit ist der Cosinus = 1 und die Normalkraft entspricht der Gewichtskraft.

$$F = F_R + F_N$$

$$F = 9,9 \text{ kN}$$

- Antwort: a) Die maximale Geschwindigkeit erreicht das Betonteil beim Zurückschwingen im Ruhepunkt. Diese Geschwindigkeit beträgt 1,22 m/s.
c) Die Kraft in der Gleichgewichtslage beträgt 9,9 kN.

194.

0,01 s	9,71 cm
0,02 s	11,4 cm
0,03 s	3,71 cm

195.

1 mm	0,16 ms
5 mm	0,804 ms
15 mm	2,7 ms

196.

Frequenz 1	4 Hz
------------	------

Schwingungsd. 0,25 s
1

Frequenz 2 3,8 Hz

Schwingungsd. 0,26 s
2

197.

Frequenz 0,8 Hz

198.

Elongation 1 3,5 cm

Elongation 2 7 cm

199.

Zeit 2,01 ms

200.

Frequenz 116 Hz

Periode 8,6 ms

201.

Frequenz 333 Hz

202.

Masse 0,117 kg

203.

Periode 0,59 s

Periode 0,33 s

204.

geg.:

ges.:

Lösung: Wird der schwimmende Holzquader ins Wasser eingetaucht, verspürt er die Auftriebskraft, die ihn wieder in die Ruhelage zurückbringen will. Die Auftriebskraft ist nach dem Archimedischen Gesetz so groß, wie die Gewichtskraft der verdrängten Flüssigkeit, also

$$F_A = \rho_W \cdot V \cdot g$$

Da diese Kraft proportional zur Eintauchtiefe ist

(Holzquader), führt der Quader nach dem Loslassen eine harmonische Schwingung aus.

Die Richtgröße D ist der Proportionalitätsfaktor zwischen der Auftriebskraft und der Eintauchtiefe s:

$$F_A = D \cdot s$$

$$D = \frac{\rho_W \cdot V \cdot g}{s}$$

Die Schwingungsdauer eines solchen Systems berechnet sich

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{D}}$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m \cdot s}{\rho_W \cdot V \cdot g}}$$

Die Masse m durch das Volumen ist aber die Dichte des Quaders:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{\rho_K \cdot s}{\rho_W \cdot g}}$$

Da die Eintauchtiefe genau h war, ergibt sich:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{\rho_K \cdot h}{\rho_W \cdot g}}$$

Antwort: $T = 2\pi \sqrt{\frac{\rho_K \cdot h}{\rho_W \cdot g}}$

205.

Länge 0,459 m

206.

geg.: $l_1 = 0,50 \text{ m}$ ges.: f
 $l_2 = 0,20 \text{ m}$

Lösung: Um die gesuchte Frequenz zu erhalten, ist die Schwingungsdauer einer Schwingung zu bestimmen.

Eine Schwingung setzt sich aus zwei halben Schwingungen zusammen: die mit der langen Fadenlänge und die mit der kurzen Fadenlänge.

$$T = \frac{T_1}{2} + \frac{T_2}{2}$$

Mit der Gleichung für die Schwingungsdauer eines Fadenpendels erhält man dann die Gesamtschwingungsdauer:

$$T = \frac{T_1}{2} + \frac{T_2}{2}$$

$$T = \frac{2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{l_1}{g}}}{2} + \frac{2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{l_2}{g}}}{2}$$

$$T = \pi \cdot \left(\sqrt{\frac{l_1}{g}} + \sqrt{\frac{l_2}{g}} \right)$$

$$T = \frac{\pi}{\sqrt{g}} \cdot (\sqrt{l_1} + \sqrt{l_2})$$

$$T = 1,158 \text{ s}$$

Damit kann nun die Frequenz berechnet werden:

$$f = \frac{1}{T}$$

$$f = 0,86 \text{ s}^{-1}$$

$$f = 51,8 \text{ min}^{-1}$$

Antwort: Das Pendel schwingt 51,8 mal in der Minute.

